

Raccolta dei Quiz
Teoria dei Segnali
v. 2.0

Esercizio 1 ((gruppo 000))

Risposta (punti 0):

Gruppo di esercizi su “Spazi di Segnali 010”: minuti 10

Esercizio 2 ((gruppo 10000)) *Calcolare l'energia del segnale:*

$$x(t) = \cos(2\pi f_0 t) + 2 \sin(4\pi f_0 t) + \sqrt{2} \cos(8\pi f_0 t)$$

definito nell'intervallo $[0, T]$, con $f_0 = 1/T$. Suggestione: sviluppare il segnale in serie di Fourier.

Risposta (punti -0.2): $\frac{12}{5}T$

Risposta (punti -0.2): $\frac{9}{4}T$

Risposta (punti 1): $\frac{7}{2}T$

Risposta (punti -0.2): $\frac{9}{2}T$

Risposta (punti -0.2): $\frac{11}{4}T$

Risposta (punti -0.2): $\frac{13}{5}T$

Gruppo di esercizi su “Spazi di Segnali 010”: minuti 10

Esercizio 3 ((gruppo 10010)) *Siano dati i segnali:*

$$x(t) = \frac{1}{2} \cos(2\pi f_0 t) + 2 \sin(2\pi f_0 t) + \cos(4\pi f_0 t) + 2 \sin(8\pi f_0 t)$$

$$y(t) = -\frac{1}{2} \cos(2\pi f_0 t) - \sin(2\pi f_0 t) - \frac{1}{3} \cos(4\pi f_0 t)$$

definiti nell'intervallo $[0, T]$, con $f_0 = 1/T$. Dire quale delle seguenti risposte è vera. Suggestione: sviluppare il segnale in serie di Fourier ed applicare le proprietà del prodotto scalare.

Risposta (punti 1): il prodotto scalare fra $x(t)$ ed $y(t)$ su $[0, T]$ vale $-\frac{31}{24}T$

Risposta (punti -0.2): il prodotto scalare fra $x(t)$ ed $y(t)$ su $[0, T]$ vale $-\frac{25}{24}T$

Risposta (punti -0.2): $x(t)$ ed $y(t)$ sono ortogonali su $[0, T]$

Risposta (punti -0.2): $x(t)$ ed $y(t)$ sono paralleli su $[0, T]$

Risposta (punti -0.2): il prodotto scalare fra $x(t)$ ed $y(t)$ su $[0, T]$ vale $-\frac{19}{16}T$

Risposta (punti -0.2): il prodotto scalare fra $x(t)$ ed $y(t)$ su $[0, T]$ vale $\frac{17}{15}T$

Gruppo di esercizi su “Spazi di Segnali 010”: minuti 5

Esercizio 4 ((gruppo 10020)) *Si considerino i 10 segnali: $A_n \cos(2\pi n t/T + \phi)$, $1 \leq n \leq 10$, nell'intervallo temporale $[0, T]$, con T e ϕ costanti positive finite. Affinché i segnali siano ortonormali è necessario che A_n e ϕ soddisfino alle seguenti condizioni:*

Risposta (punti 1): $A_n = \sqrt{2/T}$ e ϕ qualsiasi

Risposta (punti -0.2): $A_n = \sqrt{1/T}$ e ϕ qualsiasi

Risposta (punti -0.2): $A_n = \sqrt{1/2T}$ e ϕ qualsiasi

Risposta (punti -0.2): $A_n = \sqrt{2/T}$ e necessariamente $\phi = 0$ (per $\phi \neq 0$ i segnali non sono più ortonormali)

Risposta (punti -0.2): $A_n = \sqrt{1/2T}$ e necessariamente $\phi = 0$ (per $\phi \neq 0$ i segnali non sono più ortonormali)

Risposta (punti -0.2): $A_n = \sqrt{1/T}$ e necessariamente $\phi = 0$ (per $\phi \neq 0$ i segnali non sono più ortonormali)

Gruppo di esercizi su “Sviluppi in Serie 020”: minuti 5

Esercizio 5 ((gruppo 20000)) Sia dato il segnale:

$$x(t) = \sqrt{2} P_{1/3}(t)$$

Calcolare i coefficienti con indice $n \neq 0$ dello sviluppo in serie di Fourier del segnale sull'intervallo $t \in [-1, 1]$. Si utilizzi la base ortonormale di funzioni esponenziali complesse.

Risposta (punti 1): $c_n = 2 \frac{\sin(\pi n/6)}{\pi n}$

Risposta (punti -0.2): $c_n = \frac{\sin(\pi n/6)}{\pi n}$

Risposta (punti -0.2): $c_n = \frac{\sin(\pi n/3)}{\pi n}$

Risposta (punti -0.2): $c_n = \sqrt{2} \frac{\sin(\pi n/6)}{\pi n}$

Risposta (punti -0.2): $c_n = 2 \frac{\sin(\pi n/4)}{\pi n}$ sono più ortonormali

Risposta (punti -0.2): $c_n = \frac{\sin(\pi n/3)}{2\pi n}$

Gruppo di esercizi su “Proprietà della Trasformata di Fourier 030”: minuti 5

Esercizio 6 ((gruppo 30000)) Sia data la seguente trasformata di Fourier:

$$\mathcal{F}\{e^{-at}u(t)\} = \frac{1}{a + j2\pi f} \quad a > 0$$

Calcolare:

$$\mathcal{F}^{-1}\left\{\frac{1}{a + j2\pi(f - f_0)}\right\}$$

Il risultato vale:

Risposta (punti 1): $e^{-at}u(t)e^{j2\pi f_0 t}$

Risposta (punti -0.15): $e^{-at}u(t)e^{-j2\pi f_0 t}$

Risposta (punti -0.15): $e^{-a(t-f_0)}u(t - f_0)$

Risposta (punti -0.15): $e^{-a(t-1/f_0)}u(t - 1/f_0)$

Risposta (punti -0.15): $e^{-at}u(t)\delta(f - f_0)$

Risposta (punti -0.15): $e^{-at}u(t)e^{j2\pi(f-f_0)t}$

Risposta (punti -0.15): $e^{-at}u(t)e^{-j2\pi(f-f_0)t}$

Gruppo di esercizi su “Proprietà della Trasformata di Fourier 030”: minuti 5

Esercizio 7 ((gruppo 30010)) Sia data la seguente trasformata di Fourier:

$$\mathcal{F}\{e^{-at}u(t)\} = \frac{1}{a + j2\pi f} \quad a > 0$$

Calcolare:

$$\mathcal{F}^{-1}\left\{\frac{e^{j2\pi fT}}{a + j2\pi f}\right\}$$

Il risultato vale:

Risposta (punti 1): $e^{-a(t+T)}u(t + T)$

Risposta (punti -0.15): $e^{-a(t-T)}u(t - T)$

Risposta (punti -0.15): $e^{-at}u(t)e^{j2\pi t/T}$

Risposta (punti -0.15): $e^{-at}u(t)e^{-j2\pi t/T}$

Risposta (punti -0.15): $e^{-at}u(t)\delta(t - T)$

Risposta (punti -0.15): $e^{-at}u(t)\delta(t + T)$

Risposta (punti -0.15): $e^{-at}u(t) * e^{j2\pi fT}$

Gruppo di esercizi su “Proprietà della Trasformata di Fourier 030”: minuti 5

Esercizio 8 ((gruppo 30020)) E' dato il segnale $y(t) = x(2t)$, dove $x(t)$ è un segnale reale a banda limitata. Dire quale delle seguenti affermazioni è **VERA**. Nota: un segnale è a banda limitata se la sua trasformata di Fourier è a supporto limitato.

Risposta (punti -0.2): $y(t)$ ha banda illimitata e la sua energia è maggiore di quella di $x(t)$

Risposta (punti -0.2): $y(t)$ ha banda limitata minore di quella di $x(t)$ e la sua energia è maggiore di quella di $x(t)$

Risposta (punti -0.2): $y(t)$ ha banda limitata minore di quella di $x(t)$ e la sua energia è minore di quella di $x(t)$

Risposta (punti 1): $y(t)$ ha banda limitata maggiore di quella di $x(t)$ e la sua energia è minore di quella di $x(t)$

Risposta (punti -0.2): $y(t)$ ha banda limitata maggiore di quella di $x(t)$ e la sua energia è maggiore di quella di $x(t)$

Risposta (punti -0.2): $y(t)$ ha banda illimitata e la sua energia è minore di quella di $x(t)$

Gruppo di esercizi su “Proprietà della Trasformata di Fourier 030”: minuti 5

Esercizio 9 ((gruppo 30030)) *E' dato il segnale $x(t) = \sin(2\pi f_0 t) \cdot e^{-t^2}$. La sua trasformata di Fourier è una funzione:*

Risposta (punti -0.2): con parte reale pari e parte immaginaria pari

Risposta (punti -0.2): con modulo dispari e fase pari

Risposta (punti -0.2): reale e pari

Risposta (punti 1): immaginaria pura e dispari

Risposta (punti -0.2): immaginaria pura e pari

Risposta (punti -0.2): reale e dispari

Gruppo di esercizi su “Proprietà della Trasformata di Fourier 030”: minuti 5

Esercizio 10 ((gruppo 30040)) *E' dato il segnale $x(t) = \sin(2\pi f_0 t) \cdot t \cdot e^{-|t|}$. La sua trasformata di Fourier è una funzione:*

Risposta (punti -0.2): con parte reale pari e parte immaginaria pari

Risposta (punti -0.2): con modulo dispari e fase pari

Risposta (punti 1): reale e pari

Risposta (punti -0.2): immaginaria pura e dispari

Risposta (punti -0.2): immaginaria pura e pari

Risposta (punti -0.2): reale e dispari

Gruppo di esercizi su “Proprietà della Trasformata di Fourier 030”: minuti 5

Esercizio 11 ((gruppo 30050)) *Sia dato il segnale $x(t)$ e la sua trasformata di Fourier $X(f)$. Dire quale delle seguenti affermazioni è VERA.*

Risposta (punti -0.2): se $x(t)$ ha supporto limitato, $X(f)$ ha supporto limitato

Risposta (punti -0.2): se $X(f)$ ha supporto illimitato, $x(t)$ ha sempre supporto limitato

Risposta (punti 1): La trasformata di Fourier di $x(-t)$ vale $X(-f)$

Risposta (punti -0.2): La trasformata di Fourier di $x^(t)$ vale $X^*(f)$*

Risposta (punti -0.2): La trasformata di Fourier di $x(at)$ vale $|a| X(f/a)$

Risposta (punti -0.2): Se $x(t)$ è reale e dispari, $X(f)$ è reale e dispari

Gruppo di esercizi su “Proprietà della Trasformata di Fourier 030”: minuti 5

Esercizio 12 ((gruppo 30060)) *Si consideri un segnale $x(t)$ ad energia finita pari ad $\mathcal{E}(x)$. Sia dato il segnale $y(t) = \sqrt{2}x(t/2)$. L'energia di $y(t)$, $\mathcal{E}(y)$, vale*

Risposta (punti -0.2): $\mathcal{E}(y) = 2\mathcal{E}(x)$

Risposta (punti 1): $\mathcal{E}(y) = 4\mathcal{E}(x)$

Risposta (punti -0.2): $\mathcal{E}(y) = \mathcal{E}(x)$

Risposta (punti -0.2): $\mathcal{E}(y) = \sqrt{2}\mathcal{E}(x)$

Risposta (punti -0.2): $\mathcal{E}(y) = 2\sqrt{2}\mathcal{E}(x)$

Risposta (punti -0.2): $\mathcal{E}(y) = \frac{4}{\sqrt{2}}\mathcal{E}(x)$

Gruppo di esercizi su “Proprietà Delta di Dirac 050”: minuti 5

Esercizio 13 ((gruppo 50000)) Si calcoli il seguente integrale:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \sin(2\pi f_0 t) \delta(t - t_0) dt$$

Il risultato vale:

Risposta (punti 1): $\sin(2\pi f_0 t_0)$

Risposta (punti -0.2): $\sin(-2\pi f_0 t_0)$

Risposta (punti -0.2): $\sin(2\pi f_0 [t - t_0])$

Risposta (punti -0.2): $\sin(2\pi f_0 [t + t_0])$

Risposta (punti -0.2): $\sin(2\pi f_0 t_0) \delta(t - t_0)$

Risposta (punti -0.2): $\sin(2\pi f_0 t) * \delta(t - t_0)$

Gruppo di esercizi su “Proprietà Delta di Dirac 050”: minuti 5

Esercizio 14 ((gruppo 50010)) Si calcoli il seguente prodotto di convoluzione:

$$\sin(2\pi f_0 t) * \delta(t - t_0)$$

Il risultato vale:

Risposta (punti 1): $\sin(2\pi f_0 [t - t_0])$

Risposta (punti -0.2): $\sin(2\pi f_0 [t + t_0])$

Risposta (punti -0.2): $\sin(2\pi f_0 t_0)$

Risposta (punti -0.2): $\sin(-2\pi f_0 t_0)$

Risposta (punti -0.2): $\sin(2\pi f_0 t_0) \delta(t - t_0)$

Risposta (punti -0.2): $\sin(2\pi f_0 t_0) \delta(t)$

Gruppo di esercizi su “Prodotto di Convoluzione 060”: minuti 5

Esercizio 15 ((gruppo 60000)) Il segnale $P_T(t - T/2)$ è posto all'ingresso di un sistema LTI con risposta all'impulso $h(t) = te^{-t}u(t)$, producendo all'uscita un segnale $y(t)$. Dire quale delle seguenti affermazioni è **FALSA**.

Risposta (punti -0.25): $y(t)$ non è a supporto limitato.

Risposta (punti 1): $y(t)$ assume valori positivi e negativi.

Risposta (punti -0.25): $y(t)$ è reale, né pari, né dispari

Risposta (punti -0.25): $Y(f)$ ha modulo pari e fase dispari

Risposta (punti -0.25): $y(t)$ è nulla per $t < 0$.

Gruppo di esercizi su “Prodotto di Convoluzione 060”: minuti 10

Esercizio 16 ((gruppo 60010)) Il segnale $x(t) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \alpha_i r(t - iT)$, con α_i costanti note, $r(t)$ segnale che vale $1/T$ per $t \in [0, T]$ e 0 altrove, viene posto all'ingresso di un sistema LTI con risposta all'impulso $h(t)$ che vale -1 per $t \in [0, T]$, 1 per $t \in [T, 2T]$ e 0 altrove. Sia $y(t)$ il segnale in uscita. $y(kT)$ vale:

Risposta (punti 1): $-\alpha_{k-1} + \alpha_{k-2}$

Risposta (punti -0.2): $\alpha_{k-1} + \alpha_{k-2} + \alpha_{k-3}$

Risposta (punti -0.2): $\alpha_{k-1} - \alpha_{k-2}$

Risposta (punti -0.2): $\alpha_{k-1} - \alpha_{k-2}/2$

Risposta (punti -0.2): $-\alpha_{k-1} + \alpha_{k-2}/2$

Risposta (punti -0.2): nessuno dei valori proposti

Gruppo di esercizi su “Prodotto di Convoluzione 060”: minuti 10

Esercizio 17 ((gruppo 60020)) Sia $x(t)$ l'ingresso di tre trasformazioni lineari e tempo-invarianti, ognuna caratterizzata da una risposta all'impulso $h_i(t)$. Sia $y_i(t)$ l'uscita corrispondente. Si consideri

$$x(t) = \begin{cases} 1 - |t| & -1 < t < +1 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

e

$$h_1(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t < 1 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases} \quad h_2(t) = \begin{cases} t & 0 < t < 1 \\ 2-t & 1 < t < 2 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases} \quad h_3(t) = \begin{cases} 0.5 & 0 < t < 2 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

Il valore massimo assoluto sulle tre uscite, ovvero $\max_{i,t} y_i(t)$, si osserva:

Risposta (punti 1): per $i = 1$, cioè l'uscita massima si ha con $h_1(t)$

Risposta (punti -0.25): per $i = 2$, cioè l'uscita massima si ha con $h_2(t)$

Risposta (punti -0.25): per $i = 3$, cioè l'uscita massima si ha con $h_3(t)$

Risposta (punti -0.25): i valori massimi sono i medesimi sulle tre uscite e si verificano ad istanti di tempo diversi

Risposta (punti -0.25): i valori massimi sono i medesimi sulle tre uscite e si verificano allo stesso istante di tempo

Gruppo di esercizi su “Prodotto di Convoluzione 060”: minuti 10

Esercizio 18 ((gruppo 60030)) Sia dato un sistema LTI la cui risposta all'impulso vale: $h(t) = \delta(t) + \text{Tri}_T(t - T)$. All'ingresso di questo sistema viene posto il segnale $x(t) = P_T(t - \frac{T}{2})$. La funzione $P_T(t)$ vale 1 per $|t| < T/2$ e zero altrove. La funzione $\text{Tri}_T(t)$ vale $1 - \frac{|t|}{T}$ per $|t| < T$ e zero altrove. La risposta del sistema all'ingresso $x(t)$ è denominata $y(t)$. Dire quali delle seguenti affermazioni è **VERA**:

Risposta (punti 1): $y(t)$ è causale e nulla per $t > 3T$

Risposta (punti -0.3): $y(t)$ non è causale ed è nulla per $t > 2T$

Risposta (punti -0.3): $y(t)$ è causale e non è nulla per $t > 4T$

Risposta (punti -0.3): $y(t)$ non è causale e non è nulla per $t > 2T$

Gruppo di esercizi su “Sistemi Lineari 080”: minuti 5

Esercizio 19 ((gruppo 80010)) Sia dato un sistema LTI. Al suo ingresso vengono posti i segnali $x_1(t)$ ed $x_2(t)$, che forniscono rispettivamente le uscite $y_1(t)$ ed $y_2(t)$. Calcolare l'uscita $y(t)$ del medesimo sistema quando all'ingresso venga posto il segnale $x(t) = 3x_1(t - 2) + 4j x_2(t - 1/2)$.

Risposta (punti 1): $y(t) = 3y_1(t - 2) + 4j y_2(t - 1/2)$

Risposta (punti -0.15): $y(t) = 3x_1(t - 2) + 4j x_2(t - 1/2)$

Risposta (punti -0.15): $y(t) = 12j y_1(t - 2) y_2(t - 1/2)$

Risposta (punti -0.15): $y(t) = 3y_1(t - 2) + 4j y_2(t - 1/2)$, purché $x_1(t)$ ed $x_2(t)$ siano fra loro ortogonali

Risposta (punti -0.15): $y(t) = 3y_1(t - 5/2) + 4j y_2(t - 5/2)$

Risposta (punti -0.15): $y(t) = 12j y_1(t - 5/2) y_2(t - 5/2)$

Risposta (punti -0.15): $y(t)$ non è calcolabile perché $x(t)$ non è reale

Gruppo di esercizi su “Sistemi Lineari 080”: minuti 5

Esercizio 20 ((gruppo 80020)) E' data la seguente trasformazione

$$y(t) = \int_a^t [b + dx(\tau)] d\tau + c \cos(2\pi f_0 t)$$

Per quali valori dei parametri a , b e c tale trasformazione è lineare e tempo-invariante?

Risposta (punti -0.25): $a = 0$ $b = 0$ $c = 0$ $d = 1$

Risposta (punti 1): $a = -\infty$ $b = 0$ $c = 0$ $d = 2$

Risposta (punti -0.25): $a = -\infty$ $b = 0$ $c = 1$ $d = 1$

Risposta (punti -0.25): $a = 0$ $b = 1$ $c = 1$ $d = 1$

Risposta (punti -0.25): $a = 0$ $b = 2$ $c = 1$ $d = 0$

Gruppo di esercizi su “Sistemi Lineari 080”: minuti 5

Esercizio 21 ((gruppo 80030)) E' data la seguente trasformazione

$$y(t) = a[x(t)]^b + cx(0) + d$$

Per quali valori dei parametri a, b, c e d tale trasformazione è lineare e tempo-invariante?

Risposta (punti -0.2): $a = 0 \quad b = 2 \quad c = 1 \quad d = 0$

Risposta (punti -0.2): $a = 2 \quad b = 2 \quad c = 0 \quad d = 1$

Risposta (punti -0.2): $a = 2 \quad b = 1 \quad c = 1 \quad d = 1$

Risposta (punti 1): $a = 1 \quad b = 1 \quad c = 0 \quad d = 0$

Risposta (punti -0.2): $a = 1 \quad b = 2 \quad c = 0 \quad d = 0$

Risposta (punti -0.2): $a = 2 \quad b = 1 \quad c = 1 \quad d = 0$

Gruppo di esercizi su “Sistemi Lineari 080”: minuti 5

Esercizio 22 ((gruppo 80040)) Discutere linearità e invarianza temporale del sistema specificato dalla seguente relazione tra entrata e uscita:

$$y(t) = 4 + e^{x(t)}$$

Risposta (punti -0.3): lineare e invariante

Risposta (punti 1): non lineare e invariante

Risposta (punti -0.3): non lineare e non invariante

Risposta (punti -0.3): lineare e non invariante

Gruppo di esercizi su “Sistemi Lineari 080”: minuti 10

Esercizio 23 ((gruppo 80050)) Sia dato un sistema: $y(t) = \int_{t-4T}^t x(\theta) \cos(2\pi\theta) d\theta$.

Risposta (punti 1): Il sistema è lineare, ma non tempo-invariante

Risposta (punti -0.25): Il sistema è LTI e la memoria del sistema è pari a $4T$

Risposta (punti -0.25): Il sistema è tempo-invariante ma è non-lineare

Risposta (punti -0.25): Il sistema è LTI con memoria $t - 4T$

Risposta (punti -0.25): Il sistema è LTI con memoria nulla

Gruppo di esercizi su “Sistemi Lineari 080”: minuti 10

Esercizio 24 ((gruppo 80060)) Sia dato un sistema: $y(t) = \int_{t-4T}^t x(\theta) d\theta$.

Risposta (punti -0.25): Il sistema è lineare, ma non tempo-invariante

Risposta (punti 1): Il sistema è LTI e la memoria del sistema è pari a $4T$

Risposta (punti -0.25): Il sistema è tempo-invariante ma è non-lineare

Risposta (punti -0.25): Il sistema è LTI con memoria $t - 4T$

Risposta (punti -0.25): Il sistema è LTI con memoria nulla

Gruppo di esercizi su “Sistemi Lineari 080”: minuti 10

Esercizio 25 ((gruppo 80070)) Un sistema al cui ingresso è posto il segnale $x(t)$ dà come uscita

$$y(t) = \int_t^{t+1} x(\tau) d\tau$$

Dire quali delle seguenti affermazioni è **VERA**.

Risposta (punti 1): Il sistema è LTI con risposta all'impulso $h(t) = 1$ per $t \in [-1, 0]$ e $h(t) = 0$ altrove

Risposta (punti -0.2): Il sistema non è LTI

Risposta (punti -0.2): Il sistema è lineare, ma tempo variante

Risposta (punti -0.2): Il sistema è causale

Risposta (punti -0.2): Il sistema è LTI ed instabile BIBO

Risposta (punti -0.2): Il sistema è LTI con memoria nulla

Gruppo di esercizi su “Sistemi Lineari”: minuti 5

Esercizio 26 ((gruppo 80090)) Sia dato il sistema:

$$y(t) = x(t - 3T) + \int_{-\infty}^{t-T} x(\tau - 2T) d\tau$$

Si esprima l'uscita ritardata di un tempo θ . Quale delle seguenti relazioni ingresso-uscita è corretta?

Risposta (punti -0.25):

$$y(t - \theta) = x(t - 3T - \theta) + \int_{-\infty}^{t-T} x(\tau - 2T) d\tau$$

Risposta (punti -0.25):

$$y(t - \theta) = x(t - 3T - \theta) + \int_{-\infty}^{t-T-\theta} x(\tau - 2T - \theta) d\tau$$

Risposta (punti 1):

$$y(t - \theta) = x(t - 3T - \theta) + \int_{-\infty}^{t-T-\theta} x(\tau - 2T) d\tau$$

Risposta (punti -0.25):

$$y(t - \theta) = x(t - 3T) + \int_{-\infty}^{t-T} x(\tau - 2T) d\tau$$

Risposta (punti -0.25):

$$y(t - \theta) = x(t - 3T) + \int_{-\infty}^{t-T-\theta} x(\tau - 2T) d\tau$$

Gruppo di esercizi su “Sistemi Lineari 080”: minuti 5

Esercizio 27 ((gruppo 80200)) Sia dato un sistema LTI. Quando al suo ingresso viene posto il segnale $x(t) = \delta(t)$, l'uscita vale $y(t) = e^{-t}u(t)$. Quanto vale l'uscita quando all'ingresso del medesimo sistema viene posto il segnale $x(t) = e^{j2\pi t}$?

Risposta (punti 1): $y(t) = \frac{e^{j2\pi t}}{1+j2\pi}$

Risposta (punti -0.15): $y(t) = \frac{e^{j2\pi t}}{1+j2\pi}u(t)$

Risposta (punti -0.15): $y(t) = e^{-t}e^{j2\pi t}u(t)$

Risposta (punti -0.15): $y(t) = e^{-t} \frac{e^{j2\pi t}}{1+j2\pi}u(t)$

Risposta (punti -0.15): $y(t) = e^{-t}u(t)\delta(f - 1)$

Risposta (punti -0.15): $y(t) = \frac{1}{1+j2\pi}$

Risposta (punti -0.15): $y(t) = 0$

Gruppo di esercizi su “Segnali Periodici Filtrati 120”: minuti 10

Esercizio 28 ((gruppo 120000)) Sia dato il segnale:

$$x(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} e^{-(t-nT)}u(t-nT)$$

Il segnale $x(t)$ viene posto in ingresso ad un sistema LTI che ha come funzione di trasferimento $H(f) = T \cdot P_{1/T}(f - f_a)$, con $f_a = 10/T$. Calcolare l'uscita $y(t)$ del sistema LTI. Nota: il segnale $P_b(f)$ vale 1 per $f \in [-b/2, b/2]$ e zero altrove.

Risposta (punti 1): $y(t) = \frac{e^{j20\pi t/T}}{1+j20\pi/T}$

Risposta (punti -0.15): $y(t) = 2 \frac{e^{j20\pi t/T}}{1+j20\pi/T}$

Risposta (punti -0.15): $y(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} e^{-(t-nT)}u(t-nT)e^{j20\pi t/T}$

Risposta (punti -0.15): $y(t) = e^{-t}u(t)e^{j20\pi t/T}$

Risposta (punti -0.15): $y(t) = Te^{-t}u(t)e^{j20\pi t/T}$

Risposta (punti -0.15): 0

Risposta (punti -0.15): $y(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+j20\pi/T} \delta(t-nT)$

Gruppo di esercizi su “Segnali Periodici Filtrati 120”: minuti 15

Esercizio 29 ((gruppo 120010)) Si consideri il segnale

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} P_{1/2}(t-k)$$

dove il segnale $P_{1/2}(t)$ vale 1 per $t \in [-1/4, 1/4]$ e zero altrove. Il segnale $x(t)$ viene immesso in un filtro lineare con funzione di trasferimento:

$$W(f) = \begin{cases} 1 & |f| \leq 2 \\ 0 & |f| > 2 \end{cases}$$

L'uscita del filtro, $y(t)$, vale, per $t = 0$:

Risposta (punti 1): $0.5 + 2/\pi$

Risposta (punti -0.2): $0.5 + 4/(3\pi)$

Risposta (punti -0.2): 0

Risposta (punti -0.2): 0.5

Risposta (punti -0.2): $2/\pi$

Risposta (punti -0.2): $0.5 + 2/\pi + 4/\pi^2$

Gruppo di esercizi su “Segnali Periodici Filtrati 120”: minuti 10

Esercizio 30 ((gruppo 120020)) Il segnale

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{-\frac{|t-kT|}{T}}$$

viene filtrato con un passabasso ideale la cui funzione di trasferimento vale 1 per $|f| < B = \frac{3}{2T}$ e 0 altrove. La potenza del segnale in uscita dal filtro vale:

Risposta (punti 1): $\frac{8}{(1+4\pi^2)^2} + 4$

Risposta (punti -0.25): $\frac{8}{(1+4\pi^2)^2}$

Risposta (punti -0.25): 4

Risposta (punti -0.25): $\frac{4}{1+4\pi^2}$

Risposta (punti -0.25): $\frac{6}{(1+4\pi^2)^2} + 8$

Gruppo di esercizi su “Correlazione e Autocorrelazione Segnali Determinati 150”: minuti 10

Esercizio 31 ((gruppo 150000)) E' dato il segnale:

$$x(t) = 2P_{T/2}(t+T/4) + P_{T/2}(t-T/4)$$

dove T è una costante finita. Il segnale $P_a(t)$ vale 1 per $t \in [-a/2, a/2]$ e 0 altrove. La funzione $R_x(\tau)$:

Risposta (punti -0.25): non esiste

Risposta (punti -0.25): ha derivata continua per ogni valore di τ

Risposta (punti 1): ha derivata discontinua per $\tau = \pm T/2$

Risposta (punti -0.25): ha derivata discontinua per $\tau = \pm T/4$

Risposta (punti -0.25): ha derivata discontinua per $\tau = \pm 3T/4$

Gruppo di esercizi su “Correlazione e Autocorrelazione Segnali Determinati 150”: minuti 5

Esercizio 32 ((gruppo 150020)) Sono dati due segnali $x(t)$ e $y(t)$. $x(t)$ vale 1 per $|t| < 0.5$, e 0 altrove. $y(t)$ vale t per $0 < t < 1$, vale $(2-t)$ per $1 < t < 2$, e 0 altrove. La funzione di mutua correlazione $R_{xy}(\tau)$ ha un massimo in:

Risposta (punti -0.25): $\tau = -2$

Risposta (punti 1): $\tau = -1$

Risposta (punti -0.25): $\tau = 0$

Risposta (punti -0.25): $\tau = +1$

Risposta (punti -0.25): $\tau = +2$

Gruppo di esercizi su “Correlazione e Autocorrelazione di Segnali Determinati 150”: minuti 15

Esercizio 33 ((gruppo 150100)) Sia dato un segnale $x(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} r(t - kT)$ dove $r(t) = e^{-t^2/(2T^2)}$. Trovare la funzione di autocorrelazione di $x(t)$, ovvero $\Phi_x(\tau)$. Suggestione: calcolare lo spettro di potenza del segnale.

Risposta (punti -0.2): $\Phi_x(\tau) = \pi \sum_{-\infty}^{+\infty} e^{-2\pi k^2} \delta(\tau - kT)$

Risposta (punti 1): $\Phi_x(\tau) = 2\pi \sum_{-\infty}^{+\infty} e^{-(2\pi k)^2} e^{j\frac{2\pi}{T}k\tau}$

Risposta (punti -0.2): $\Phi_x(\tau) = 2\pi \sum_{-\infty}^{+\infty} e^{-2\pi k^2} e^{j\frac{2\pi}{T}k\tau}$

Risposta (punti -0.2): $\Phi_x(\tau) = \pi \sum_{-\infty}^{+\infty} e^{-2\pi k^2} e^{j\frac{2\pi}{T}k\tau}$

Risposta (punti -0.2): $\Phi_x(\tau) = \frac{\pi}{2} \sum_{-\infty}^{+\infty} e^{-(2\pi k)^2} e^{j\frac{2\pi}{T}k\tau}$

Risposta (punti -0.2): $\Phi_x(\tau) = 2\pi \sum_{-\infty}^{+\infty} e^{-2\pi k^2} e^{j\frac{2\pi}{T}k\tau}$

Gruppo di esercizi su “Campionamento 200”: minuti 10

Esercizio 34 ((gruppo 200000)) Un segnale $x(t)$ viene posto in ingresso ad un sistema LTI la cui funzione di trasferimento $H_0(f)$ è diversa da zero per $f \in [-f_0, f_0]$ ed è zero altrove. Sia $v(t)$ l'uscita di tale sistema. Si ricava successivamente un segnale $w(t)$ come segue:

$$w(t) = v(t) \cdot \frac{1}{f_1} \sum_{-\infty}^{\infty} \delta(t - n/f_1).$$

Infine, il segnale $w(t)$ viene fatto transitare attraverso un sistema LTI con funzione di trasferimento $H_2(f) = 1$ per $f \in [-f_2, f_2]$ e zero altrove, ottenendo in uscita il segnale $y(t)$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

Risposta (punti 1): $y(t) = v(t)$ per qualunque $x(t)$ se $f_1 \geq 2f_0$ e $f_2 = f_0$

Risposta (punti -0.15): $y(t) = v(t)$ sempre

Risposta (punti -0.15): $y(t) \neq v(t)$ sempre

Risposta (punti -0.15): $y(t) = v(t)$ per qualunque $x(t)$ se $f_0 \geq 2f_1$ e $f_2 = f_1$

Risposta (punti -0.15): $y(t) = v(t)$ per qualunque $x(t)$ se $f_0 = f_1 = f_2$

Risposta (punti -0.15): $y(t) = v(t)$ per qualunque $x(t)$ se $f_1 \geq 2f_0$ e $f_2 < f_0$

Risposta (punti -0.15): $y(t) = v(t)$ per qualunque $x(t)$ se $f_2 \geq 2f_0$ e $f_1 = f_0$

Gruppo di esercizi su “Probabilità Variabili Casuali 220”: minuti 5

Esercizio 35 ((gruppo 220000)) Sia data una coppia di variabili casuali ξ ed η . La loro densità di probabilità congiunta vale:

$$f_{\xi,\eta}(x, y) = \frac{1}{6} \sum_{n=1}^6 \delta(x - n) \frac{1}{a} P_a(y - b)$$

Calcolare $E\{\xi\eta\}$ sapendo che $a = 2$, $b = 1/2$.

Risposta (punti -0.2): $\frac{1}{2}$

Risposta (punti 1): $\frac{7}{4}$

Risposta (punti -0.2): $\frac{21}{3}$

Risposta (punti -0.2): $\frac{7}{6}$

Risposta (punti -0.2): $\frac{3}{4}$

Risposta (punti -0.2): $\frac{17}{5}$

Gruppo di esercizi su “Medie Congiunte di Processi Casuali 240”: minuti 5

Esercizio 36 ((gruppo 240000)) Portare avanti il più possibile il calcolo della media:

$$M(t, \tau) = E\{X(t)Y(t)X(t - \tau)\cos(\Theta(t)) + X(t)Y(t)Y(t + \tau)\sin(\Phi(t))\}$$

sapendo che:

- $X(t)$ ed $Y(t)$ sono processi reali, WSS, indipendenti fra loro e con media rispettivamente m_X e m_Y
- $\Theta(t)$ è un processo casuale a media nulla statisticamente indipendente da $X(t)$ ma non indipendente da $Y(t)$

- $\Phi(t)$ è un processo casuale a media nulla statisticamente indipendente da $X(t)$ e $Y(t)$

Risposta (punti 1): $M(t, \tau) = R_X(\tau)E\{Y(t)\cos(\Theta(t))\} + m_X R_Y(\tau)E\{\sin(\Phi(t))\}$

Risposta (punti -0.15): 0

Risposta (punti -0.15): $M(t, \tau) = R_X(\tau)E\{Y(t)\cos(\Theta(t))\}$

Risposta (punti -0.15): $M(t, \tau) = m_Y R_X(\tau)E\{\cos(\Theta(t))\} + m_X R_Y(\tau)E\{\sin(\Phi(t))\}$

Risposta (punti -0.15): $M(t, \tau) = m_X^2 E\{Y(t)\cos(\Theta(t))\} + m_X m_Y^2 E\{\sin(\Phi(t))\}$

Risposta (punti -0.15): $M(t, \tau) = m_X^2 m_Y E\{\cos(\Theta(t))\} + m_X m_Y^2 E\{\sin(\Phi(t))\}$

Risposta (punti -0.15): non è possibile semplificare in alcun modo l'espressione di $M(t, \tau)$ fornita nel testo dell'esercizio senza conoscere le densità di probabilità di tutti i processi che vi compaiono

Gruppo di esercizi su “Medie Congiunte di Processi Casuali 240”: minuti 5

Esercizio 37 ((gruppo 240010)) Portare avanti il più possibile il calcolo della media:

$$M(t, \tau) = E\{X(t + \tau)Y(t)X(t - \tau)\sin(\Theta(t)) + X(t)X(t + \tau)Y(t + \tau)\cos(\Phi(t))\}$$

sapendo che:

- $X(t)$ ed $Y(t)$ sono processi reali, WSS, indipendenti fra loro e con media rispettivamente m_X e m_Y
- $\Theta(t)$ è un processo casuale uniformemente distribuito fra $[-\pi/2, \pi/2]$, statisticamente indipendente da $X(t)$ ma non indipendente da $Y(t)$
- $\Phi(t)$ è un processo casuale uniformemente distribuito fra $[-\pi/2, \pi/2]$, statisticamente indipendente da $X(t)$ e da $Y(t)$

Risposta (punti 1): $M(t, \tau) = R_X(2\tau)E\{Y(t)\sin(\Theta(t))\} + \frac{2}{\pi}R_X(\tau)m_Y$

Risposta (punti -0.15): $M(t, \tau) = R_X(\tau)E\{Y(t)\sin(\Theta(t))\} + \frac{2}{\pi}R_X(\tau)m_Y$

Risposta (punti -0.15): $M(t, \tau) = \frac{2}{\pi}R_X(2\tau)m_Y$

Risposta (punti -0.15): $M(t, \tau) = R_X(2\tau)E\{Y(t)\sin(\Theta(t))\} + 2R_X(\tau)m_Y$

Risposta (punti -0.15): $M(t, \tau) = R_X(\tau)E\{Y(t)\sin(\Theta(t))\} + 2R_X(\tau)E\{Y(t - \tau)\}$

Risposta (punti -0.15): $M(t, \tau) = \frac{2}{\pi}m_X^2 m_Y$

Risposta (punti -0.15): non è possibile semplificare in alcun modo l'espressione di $M(t, \tau)$ fornita nel testo dell'esercizio senza conoscere le densità di probabilità di tutti i processi che vi compaiono

Gruppo di esercizi su “Trasformazioni Senza Memoria di Processi Casuali 270”: minuti 5

Esercizio 38 ((gruppo 270010)) Un processo casuale $X(t)$ WSS ha una densità di probabilità del primo

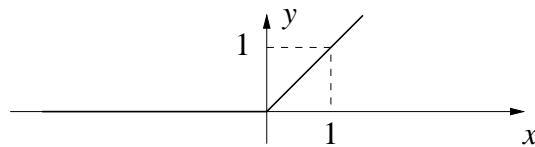


Figure 1: Sistema non lineare

ordine uniforme nell'intervallo $[-A, +A]$ e varianza $\sigma_X^2 = 1$. Il processo è posto all'ingresso del sistema non lineare indicato in figura 1, producendo in uscita il processo $Y(t)$. La probabilità $P(Y(t) > 2)$ vale:

Risposta (punti 1): 0

Risposta (punti -0.5): 1/2

Risposta (punti -0.5): 0.9

Esercizio 39 ((gruppo 270010)) Un processo casuale $X(t)$ WSS ha una densità di probabilità del primo ordine uniforme nell'intervallo $[-A, +A]$ e varianza $\sigma_X^2 = 1$. Il processo è posto all'ingresso del sistema non lineare indicato nella figura 2, producendo in uscita il processo $Y(t)$.

Risposta (punti -0.5): $Y(t)$ è un processo discreto a due valori.

Risposta (punti 1): $Y(t)$ è una costante.

Risposta (punti -0.5): $Y(t)$ ha ancora una densità di probabilità del primo ordine uniforme, ma $\sigma_Y^2 < \sigma_X^2$.

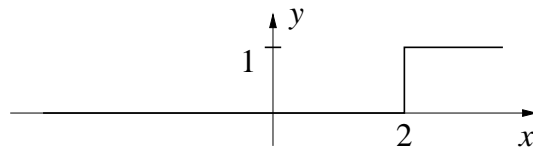


Figure 2: Sistema non lineare

Gruppo di esercizi su “Stazionarietà 300”: minuti 5

Esercizio 40 ((gruppo 300000)) Dire quale delle seguenti affermazioni è **FALSA**.

Risposta (punti -0.15): un processo stazionario del secondo ordine è anche WSS

Risposta (punti 1): un processo stazionario del primo ordine è necessariamente WSS

Risposta (punti -0.15): un processo stazionario del primo ordine (ma non del secondo) è stazionario per la media

Risposta (punti -0.15): un processo stazionario del primo ordine (ma non del secondo) è stazionario per la varianza

Risposta (punti -0.15): Un processo stazionario per la media non è necessariamente stazionario per la varianza

Risposta (punti -0.15): un processo stazionario in senso stretto è anche stazionario WSS

Risposta (punti -0.15): un processo gaussiano WSS è anche stazionario in senso stretto

Gruppo di esercizi su “Stazionarietà 300”: minuti 5

Esercizio 41 ((gruppo 300010)) Sia dato un processo $X(t)$ con densità di probabilità del primo ordine:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_X}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_X^2}}$$

e autocorrelazione $R_X(\tau) = \sigma_X^2 \frac{\sin(\pi\tau)}{\pi\tau}$. Da esso viene generato il processo:

$$Y(t) = X(t) \cdot e^{-|t|}$$

Dire quale delle seguenti affermazioni è **VERA**.

Risposta (punti -0.15): $Y(t)$ è un processo stazionario WSS

Risposta (punti -0.15): $Y(t)$ un processo non gaussiano, stazionario del primo ordine ma non del secondo

Risposta (punti 1): $Y(t)$ un processo gaussiano stazionario per la media ma non per la varianza

Risposta (punti -0.15): $Y(t)$ un processo non gaussiano stazionario per la varianza

Risposta (punti -0.15): $Y(t)$ è un processo gaussiano stazionario in senso stretto

Risposta (punti -0.15): $Y(t)$ è un processo stazionario con densità di probabilità esponenziale bilatera, stazionario per la media

Risposta (punti -0.15): $Y(t)$ è un processo stazionario con densità di probabilità esponenziale bilatera, stazionario del primo ordine

Gruppo di esercizi su “Processi Casuali Non Stazionari 310”: minuti 10

Esercizio 42 ((gruppo 310000)) Sia dato il processo casuale $X(t) = r(t - \xi)$, con ξ una variabile casuale uniformemente distribuita nell'intervallo $[0, T]$ e $r(t)$ un impulso rettangolare, causale, di ampiezza unitaria e durata T . Si valuti la media $m_X(t) = E\{X(t)\}$. Dire quale delle seguenti affermazioni è corretta.

Risposta (punti -0.25): $m_X(t) = 1 \forall t$

Risposta (punti 1): $m_X(t)$ dipende dal tempo, e in particolare $m_X(T) = 1$

Risposta (punti -0.25): $m_X(t)$ dipende dal tempo, e in particolare $m_X(t) = 0 \forall t > T$

Risposta (punti -0.25): $m_X(t) = 0 \forall t$

Risposta (punti -0.25): nessuna delle altre risposte è corretta

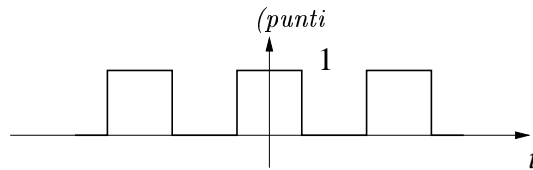
Gruppo di esercizi su “Processi Casuali Non Stazionari 310”: minuti 5

Esercizio 43 ((gruppo 310010)) Si consideri un processo casuale $X(t)$ con densità di probabilità del primo ordine pari a

$$f_X(x; t) = \frac{1}{2 + |t|} p_{2+|t|}(x)$$

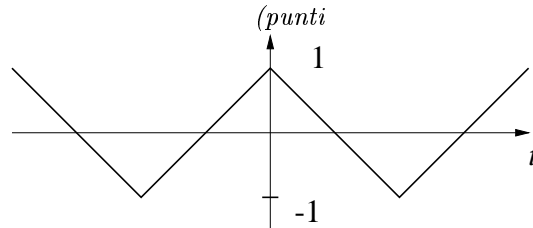
dove $p_y(x)$ vale 1 per $|x| < y/2$ e zero altrove. Quale dei seguenti segnali non può essere una realizzazione di $X(t)$?

Risposta



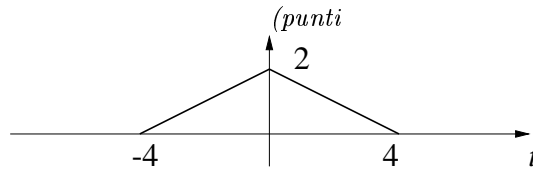
-0.3):

Risposta



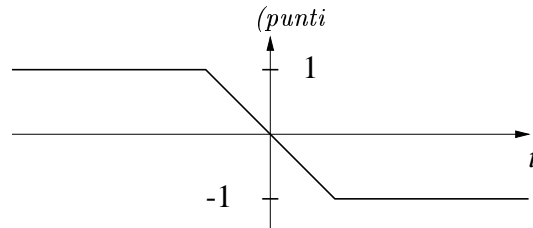
-0.3):

Risposta



1):

Risposta



-0.3):

Gruppo di esercizi su “Processi Casuali Non Stazionari 310”: minuti 5

Esercizio 44 ((gruppo 310020)) Si consideri un processo casuale $X(t)$ con densità di probabilità del primo ordine pari a

$$f_X(x; t) = \frac{1}{a} p_a(x) u(t) + \frac{1}{2a} p_{2a}(x) u(-t)$$

dove $p_y(x)$ vale 1 per $|x| < y/2$ e zero altrove. Quanto valgono la media e la varianza di $X(t)$?

Risposta (punti -0.25): $m_X(t) = 0$; $\sigma_X^2 = 1$

Risposta (punti -0.25): $m_X(t) = 1$; $\sigma_X^2 = \frac{1}{3}a^2$

Risposta (punti -0.25): $m_X(t) = 0$; $\sigma_X^2 = u(t)$

Risposta (punti 1): $m_X(t) = 0$; $\sigma_X^2 = \frac{1}{12}a^2[1 + 3u(-t)]$

Risposta (punti -0.25): $m_X(t) = 1 + 2tu(t)$; $\sigma_X^2 = \frac{1}{3}a^2[1 + 2u(t)]$

Gruppo di esercizi su “Processi Filtrati 350”: minuti 10

Esercizio 45 ((gruppo 350000)) Un processo casuale $X(t)$, a media nulla e stazionario in senso lato, ha una funzione di autocorrelazione $R_X(\tau) = e^{-\tau^2}$. Tale processo passa attraverso un filtro passabasso ideale, la cui funzione di trasferimento vale 1 per $|f| < B$ e 0 altrove. Sia $Y(t)$ il processo in uscita dal filtro. La varianza di $Y(t)$, σ_Y^2 , vale:

Risposta (punti 1): $\sigma_Y^2 = \text{erf}(\pi B)$

Risposta (punti -0.25): $\sigma_Y^2 = \sqrt{\pi} \cdot \text{erf}(2\pi B)$

Risposta (punti -0.25): $\sigma_Y^2 = 1$

Risposta (punti -0.25): $\sigma_Y^2 = e^{-\pi^2 B^2}$

Risposta (punti -0.25): un valore diverso da quelli riportati nelle altre risposte

Gruppo di esercizi su “Processi Gaussiani Filtrati 360”: minuti 10

Esercizio 46 ((gruppo 360000)) Sia data una coppia di processi gaussiani bianchi, $N_1(t)$ ed $N_2(t)$, statisticamente indipendenti e con densità spettrale di potenza $G_{N_1}(f) = G_{N_2}(f) = \frac{N_0}{2}$. Da essi viene ricavato un processo $Y(t)$ come segue:

$$Y(t) = \left[\frac{1}{2}N_1(t) + \frac{3}{4}N_2(t) \right] * h(t)$$

dove $h(t) = e^{-t}u(t)$. Calcolare valore medio e varianza di $Y(t)$.

Risposta (punti 1): $m_Y = 0$, $\sigma_Y^2 = \frac{N_0}{2} \frac{13}{32}$

Risposta (punti -0.15): $m_Y = 0$, $\sigma_Y^2 = \frac{N_0}{2} \frac{89}{800}$

Risposta (punti -0.15): $m_Y = 0$, $\sigma_Y^2 = \frac{N_0}{2} \frac{53}{225}$

Risposta (punti -0.15): $m_Y = \frac{N_0}{2}$, $\sigma_Y^2 = \frac{N_0}{2} \frac{13}{32}$

Risposta (punti -0.15): $m_Y = \frac{N_0}{2}$, $\sigma_Y^2 = \frac{N_0}{2} \frac{89}{800}$

Risposta (punti -0.15): $m_Y = \frac{N_0}{2}$, $\sigma_Y^2 = \frac{N_0}{2} \frac{53}{225}$

Risposta (punti -0.15): $m_Y = 0$, $\sigma_Y^2 = \frac{N_0}{2} \frac{79}{140}$

Gruppo di esercizi su “Processi Gaussiani Filtrati 360”: minuti 10

Esercizio 47 ((gruppo 360010)) Sia data una coppia di processi gaussiani stazionari statisticamente indipendenti, $X_1(t)$ ed $X_2(t)$, con media nulla e densità spettrale di potenza $G_{X_1}(f) = G_{X_2}(f) = P_B(f)$. Da essi viene ricavato un processo $Y(t)$ come segue:

$$Y(t) = \left[\frac{1}{2}X_1(t) + \frac{1}{3}X_2(t) \right] * h(t)$$

dove $H(f) = \mathcal{F}\{h(t)\} = P_{B/2}(f)$. Calcolare valore medio e varianza di $Y(t)$. Nota: il segnale $P_a(f)$ vale 1 per $f \in [-a/2, a/2]$ e zero altrove.

Risposta (punti 1): $m_Y = 0$, $\sigma_Y^2 = \frac{13}{72}B$

Risposta (punti -0.15): $m_Y = 0$, $\sigma_Y^2 = \frac{25}{432}B$

Risposta (punti -0.15): $m_Y = 0$, $\sigma_Y^2 = \frac{17}{450}B$

Risposta (punti -0.15): $m_Y = \frac{B}{2}$, $\sigma_Y^2 = \frac{13}{72}B$

Risposta (punti -0.15): $m_Y = \frac{B}{2}$, $\sigma_Y^2 = \frac{25}{432}B$

Risposta (punti -0.15): $m_Y = \frac{B}{2}$, $\sigma_Y^2 = \frac{17}{450}B$

Risposta (punti -0.15): $m_Y = 0$, $\sigma_Y^2 = \frac{19}{120}B$

Gruppo di esercizi su “Processi Gaussiani Filtrati 360”: minuti 10

Esercizio 48 ((gruppo 360020)) Un rumore gaussiano bianco, con densità spettrale di potenza pari a $N_0/2$, stazionario a media nulla $N(t)$ è posto all'ingresso di un sistema LTI con risposta all'impulso $h_1(t)$. Il processo che si ottiene in uscita $Y(t)$ viene posto all'ingresso di un altro sistema LTI con risposta all'impulso $h_2(t)$, producendo in uscita il processo $Z(t)$.

$h_1(t)$ e $h_2(t)$ sono due segnali rettangolari di durata T e ampiezza unitaria, non nulli nell'intervallo $[0, T]$.

Si consideri il valore atteso $E\{Z(t)Y(t)\}$. Dire quale delle seguenti affermazioni è corretta.

Risposta (punti 1): $E\{Z(t)Y(t)\} = N_0T^2/4$

Risposta (punti -0.3): $E\{Z(t)Y(t)\} = N_0Th_2(t)/2$

Risposta (punti -0.3): $E\{Z(t)Y(t)\} = T^2N_0/2$

Risposta (punti -0.3): $E\{Z(t)Y(t)\} = N_0Th_1(t)/2$

Gruppo di esercizi su “Processi Gaussiani Filtrati 360”: minuti 10

Esercizio 49 ((gruppo 360030)) Si consideri un processo casuale $N(t)$ gaussiano bianco all'ingresso di un sistema LTI, la cui risposta all'impulso $h(t)$ è nulla al di fuori dell'intervallo $[0, T]$ e vale $(1 - t/T)$ nell'intervallo $[0, T]$. L'uscita del sistema, $Y(t)$, viene campionata nei due istanti t_1 e t_2 . Le due variabili casuali che si ottengono vengono sommate producendo la variabile casuale $Z = Y(t_1) + 2Y(t_2)$. La varianza di Z

Risposta (punti +1.5): è minima se $|t_1 - t_2| > T$.

Risposta (punti -0): è minima se $|t_1 - t_2| > T/2$.

Risposta (punti -0.8): non dipende da t_1 e t_2 , perché $Y(t)$ è un processo WSS.

Risposta (punti -0.3): è minima se $|t_1 - t_2| < T$.

Risposta (punti -0.3): è minima se $t_1 = t_2$.

Gruppo di esercizi su “Processi Gaussiani Filtrati 360”: minuti 10

Esercizio 50 ((gruppo 360040)) Un rumore gaussiano bianco $N(t)$ con $S_N(f) = N_0/2$ è posto in ingresso ad un sistema LTI la cui risposta all'impulso è $h(t) = \sin(\pi t/T)p_{3T}(t - 3T/2)$, dove $p_x(y)$ vale 1 per $|y| < x/2$ e 0 altrove. Sia $Y(t)$ l'uscita del sistema LTI. Quanto vale il coefficiente di correlazione tra $Y(t_1)$ e $Y(t_2)$, con $t_1 = 5T$ e $t_2 = 9T$?

Risposta (punti -0.3): -0.5

Risposta (punti 1): 0

Risposta (punti -0.3): 0.5

Risposta (punti -0.3): 2

Gruppo di esercizi su “Processi Gaussiani Filtrati 360”: minuti 5

Esercizio 51 ((gruppo 360050)) Si consideri un processo casuale $X(t)$ stazionario del primo ordine con densità di probabilità uniforme nell'intervallo $[-1, 1]$ e la variabile casuale

$$\eta = \int_0^2 X(\theta) d\theta$$

Si indichi con $f_\eta(y)$ la densità di probabilità di η . Dire quale delle seguenti affermazioni è vera:

Risposta (punti -0.25): $f_\eta(y)$ è a supporto illimitato.

Risposta (punti -0.25): $f_\eta(y)$ è nulla per $y < 0$.

Risposta (punti 1): $f_\eta(y)$ è nulla per $|y| > 2$.

Risposta (punti -0.25): $f_\eta(y)$ è nulla per $|y| > 1$.

Risposta (punti -0.25): $f_\eta(y)$ è nulla per $|y| < 2$ e non nulla per $|y| > 2$.

Gruppo di esercizi su “Ergodicità 420”: minuti 10

Esercizio 52 ((gruppo 420000)) Sia dato il processo $X(t) = \xi Z(t)$ dove $Z(t)$ è un processo gaussiano, stazionario in senso stretto, ergodico, a media nulla e varianza unitaria, e ξ è una variabile casuale discreta che può assumere i valori -1 ed 1 equiprobabilmente. $Z(t)$ e ξ sono statisticamente indipendenti. Il processo $X(t)$ è ergodico per media e valore quadratico medio? Nota: si ricorda che il valore quadratico medio di $X(t)$ è la media di $X^2(t)$.

Risposta (punti 1): $X(t)$ è ergodico sia per la media sia per il valore quadratico medio

Risposta (punti -0.15): $X(t)$ è ergodico per la media ma non per il valore quadratico medio

Risposta (punti -0.15): $X(t)$ non è ergodico né per la media né per il valore quadratico medio

Risposta (punti -0.15): $X(t)$ non è ergodico per la media ma è ergodico per il valore quadratico medio

Risposta (punti -0.15): non è possibile rispondere in quanto non si conosce l'autocorrelazione di $Z(t)$

Risposta (punti -0.15): non è possibile rispondere in quanto non si conosce lo spettro di potenza di $Z(t)$

Risposta (punti -0.15): non è possibile rispondere in quanto non si conosce la densità di probabilità del secondo ordine di $Z(t)$

Gruppo di esercizi su “Ergodicità 420”: minuti 5

Esercizio 53 ((gruppo 420010)) Sia dato il processo $X(t) = \xi Z(t)$ dove $Z(t)$ è un processo gaussiano, stazionario in senso stretto, ergodico, a media nulla e varianza unitaria, e ξ è una variabile casuale discreta che

può assumere i valori -1 ed 1 equiprobabilmente. $Z(t)$ e ξ sono statisticamente indipendenti. Il processo $X(t)$ è ergodico per la media?

Risposta (punti 1): $X(t)$ è ergodico per la media

Risposta (punti -0.25): $X(t)$ non è ergodico per la media

Risposta (punti -0.25): non è possibile rispondere in quanto non si conosce l'autocorrelazione di $Z(t)$

Risposta (punti -0.25): non è possibile rispondere in quanto non si conosce lo spettro di potenza di $Z(t)$

Risposta (punti -0.25): non è possibile rispondere in quanto non si conosce la densità di probabilità del secondo ordine di $Z(t)$

Gruppo di esercizi su “Spettri di Potenza 440”: minuti 10

Esercizio 54 ((gruppo 440000)) Sia dato il processo $X(t)$, gaussiano, stazionario in senso stretto, ergodico, a media nulla e con autocorrelazione $R_X(\tau) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t}$. Tale processo viene posto in ingresso ad un sistema LTI con risposta all'impulso $h(t) = e^{-t}u(t)$. Sia $Y(t)$ il processo in uscita dal sistema LTI. Calcolare lo spettro di potenza di $Y(t)$. Nota: il segnale $P_a(f)$ vale 1 per $f \in [-a/2, a/2]$ e zero altrove. Il segnale $Tri_a(f)$ vale $(1 - |f|/a)$ per $f \in [-a, a]$ e zero altrove.

Risposta (punti 1): $G_Y(f) = \frac{1}{1+4\pi^2 f^2} P_1(f)$

Risposta (punti -0.15): $G_Y(f) = \frac{1}{1+4\pi^2 f^2} * P_1(f)$

Risposta (punti -0.15): non è possibile calcolare lo spettro di potenza perché il processo $X(t)$ non è stazionario WSS

Risposta (punti -0.15): $G_Y(f) = \frac{1}{1+j2\pi f} P_1(f)$

Risposta (punti -0.15): $G_Y(f) = \frac{1}{1+4\pi^2 f^2} Tri_1(f)$

Risposta (punti -0.15): $G_Y(f) = \frac{1}{1+4\pi^2 f^2}$

Risposta (punti -0.15): $G_Y(f) = \frac{1}{1+j2\pi f} * Tri_1(f)$

Gruppo di esercizi su “Spettri di Potenza 440”: minuti 10

Esercizio 55 ((gruppo 440010)) Sia dato il processo casuale $X(t)$ gaussiano stazionario, con valore medio $m_X = 1$, varianza $\sigma_X^2 = 1$, e densità spettrale di potenza $S_X(f) = KP_{2B}(f) + A\delta(f)$, con $P_{2B}(f) = 1$ per $|f| < B$ e nulla altrove, K e A due costanti reali strettamente positive. Dire quale delle seguenti relazioni è corretta.

Risposta (punti 1): $2B \cdot K + A = 2$

Risposta (punti -0.25): $B \cdot K + A > 2$

Risposta (punti -0.25): $0 < B \cdot K + A < 1$

Risposta (punti -0.25): Non sussiste alcuna relazione tra B , K e A

Risposta (punti -0.25): Tra B , K e A sussiste una relazione diversa da quelle delle altre risposte

Gruppo di esercizi su “Processi Misti 480”: minuti 10

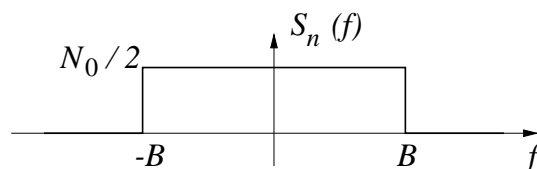


Figure 3: Spettro del rumore

Esercizio 56 ((gruppo 480000)) Si consideri un processo casuale $X(t)$ del tipo

$$X(t) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \alpha_i r(t - iT_b) + N(t)$$

dove le α_i sono variabili casuali indipendenti che assumono con uguale probabilità i valori 1 e 0, $r(t)$ è un impulso rettangolare causale di durata T_b e ampiezza unitaria e $N(t)$ è un rumore gaussiano indipendente dalle α_i con densità spettrale di potenza $S_n(f)$ del tipo illustrato nella figura 3.

Il valore quadratico medio di $X(T_b/2)$

Risposta (punti -0.3): vale $1 + N_o B$

Risposta (punti 1): vale $1/2 + N_o B$

Risposta (punti -0.3): vale 0

Risposta (punti -0.3): vale 1