

Politecnico di Torino - II Fac. Ingegneria -
 Corso di METODI MATEMATICI E STATISTICI (Prof. A.Gamba) -
 Ing. ELN/INF - Tutorato (M.Graziano)

Proprietà della trasformata di Laplace unilatera

Siano $x(t)$ e $y(t)$ due funzioni sufficientemente regolari, siano $X(s)$ e $Y(s)$ le rispettive trasformate di Laplace, indichino α_x e α_y le rispettive ascisse di convergenza.

Linearità ($a, b \in \mathbb{R}$)	$\mathcal{L}[ax(t) + by(t)](s) = aX(s) + bY(s)$	se $s > \max\{\alpha_x, \alpha_y\}$
Traslazione ($a \in \mathbb{R}$)	$\mathcal{L}[x(t-a)u(t-a)](s) = e^{-as}X(s)$	$s > \alpha_x$
Modulazione ($a \in \mathbb{R}$)	$\mathcal{L}[e^{at}x(t)](s) = X(s-a)$	$s > a + \alpha_x$
Riscaldamento ($a > 0$)	$\mathcal{L}[x(at)](s) = \frac{1}{a}X\left(\frac{s}{a}\right)$	$s > a\alpha_x$
Derivazione rispetto a s	$\mathcal{L}[tx(t)](s) = -\frac{d}{ds}X(s)$	$s > \alpha_x$
Derivazione rispetto a t	$\mathcal{L}[x'(t)](s) = sX(s) - x(0^+)$	$s > \max\{\alpha_x, \alpha_{x'}\}$
Convoluzione	$\mathcal{L}[(x * y)(t)](s) = X(s)Y(s)$	$s > \max\{\alpha_x, \alpha_y\}$
Integrale della Trasformata	$\int_s^{+\infty} X(r)dr = \mathcal{L}\left[\frac{x(t)}{t}\right](s)$	$s > \alpha_x$
Trasformata dell'integrale	$\mathcal{L}\left[\int_0^t x(r)dr\right](s) = \frac{X(s)}{s}$	$s > \max\{0, \alpha_x\}$

Proprietà dell' antitrasformata di Laplace unilatera

Siano $x(t)$ e $y(t)$ due funzioni sufficientemente regolari, siano $X(s)$ e $Y(s)$ le rispettive trasformate di Laplace.

Linearità ($a, b \in \mathbb{R}$)	$\mathcal{L}^{-1}[aX(s) + bY(s)](t) = ax(t) + bx(t)$	
Modulazione ($a \in \mathbb{R}$)	$\mathcal{L}^{-1}[e^{-as}X(s)](t) = x(t-a)u(t-a)$	
Traslazione ($a \in \mathbb{R}$)	$\mathcal{L}^{-1}[X(s-a)](t) = e^{at}x(t)$	
Riscaldamento ($a > 0$)	$\mathcal{L}^{-1}[X(as)](t) = \frac{1}{a}x\left(\frac{t}{a}\right)$	
Antitrasformata della derivata	$\mathcal{L}^{-1}[X^{(n)}(s)](t) = (-1)^n t^n x(t)$	
Prodotto per s	$\mathcal{L}^{-1}[sX(s)](t) = x'(t) + x(0^+)$	
Antitrasformata dell'integrale	$\mathcal{L}^{-1}\left[\int_s^{+\infty} X(u)du\right](t) = \frac{x(t)}{t}$	
Antitrasformata del prodotto	$\mathcal{L}^{-1}[X(s)Y(s)](t) = (x * y)(t)$	
Divisione per s	$\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{X(s)}{s}\right](t) = \int_0^t x(u)du$	