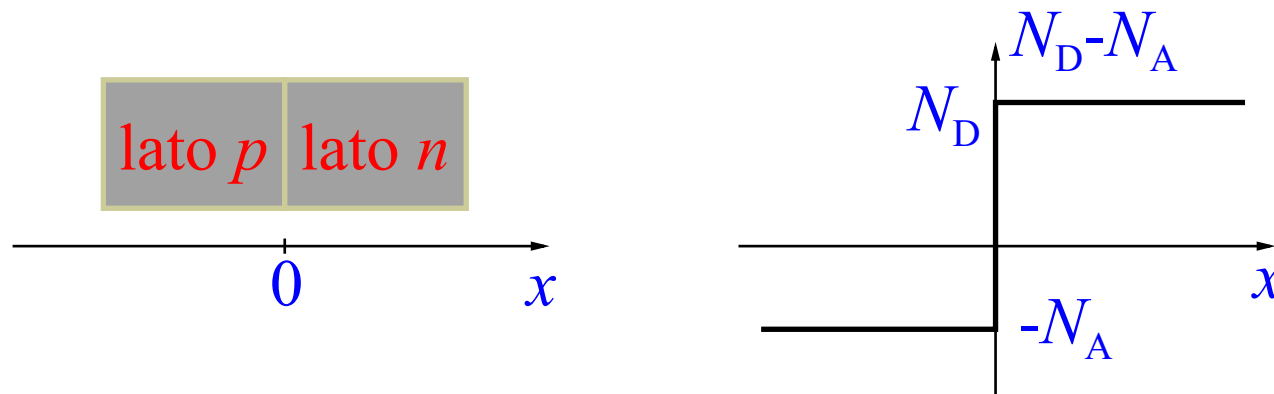


# Dispositivi Elettronici

La giunzione *pn*

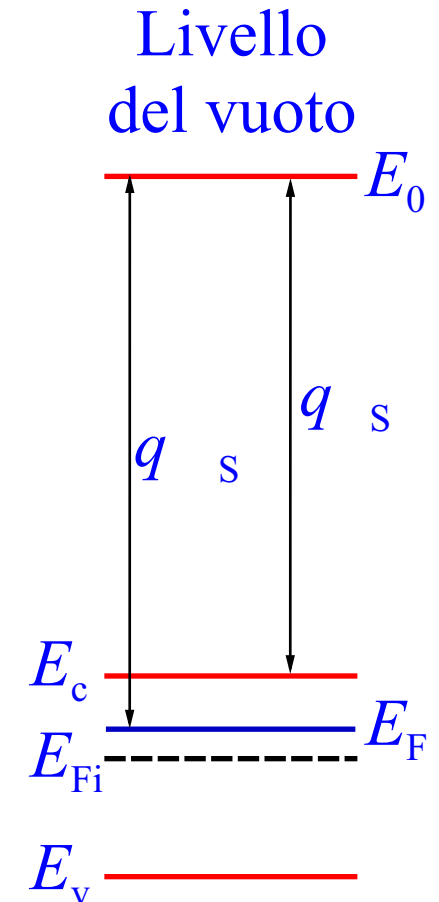
# Giunzione $pn$ brusca

- Una **giunzione  $pn$**  è una regione di semiconduttore perfettamente cristallino nella quale si abbia una parte drogata  $p$  ed una drogata  $n$
- Il caso più semplice è quello della **giunzione brusca**, costituita da due lati uniformemente drogati con concentrazioni  $N_A$  e  $N_D$



# Diagrammi a bande

- *Nello studio dei dispositivi a semiconduttore, si fa spesso uso dei **diagrammi a bande***
- *Un diagramma a bande è una rappresentazione dell'energia potenziale a cui sono sottoposti gli elettroni liberi*
- *I parametri più importanti sono*
  - ◆ *l'affinità elettronica  $q\chi_s$  (pari a 4.05 eV per Si)*
  - ◆ *il lavoro di estrazione  $q\Phi_s$  (dipendente dal drogaggio)*

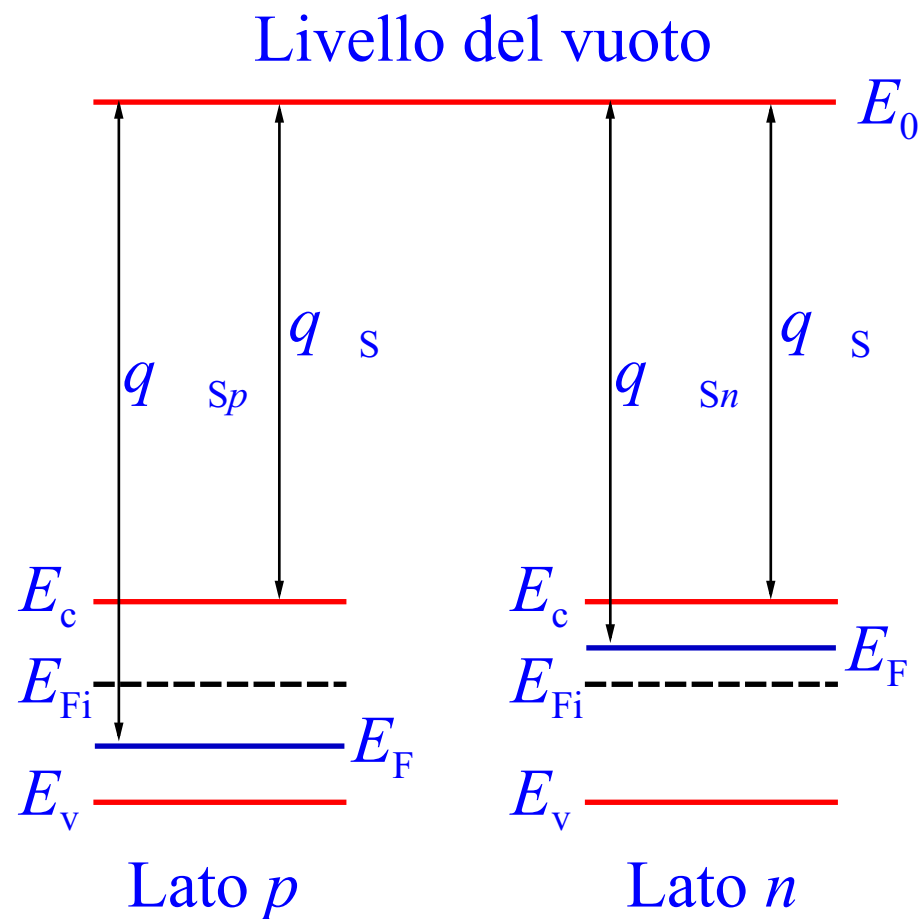


# Diagrammi a bande

- *La costruzione del diagramma a bande si complica in presenza di una **disomogeneità spaziale** (ovvero, un semiconduttore non uniformemente drogato)*
- *Il caso più semplice è quello del campione **omogeneo a tratti***
- *Si costruisce prima il diagramma a bande dei lati uniformemente drogati **isolati***
- *Tratteremo solo il caso dei diagrammi a bande **in equilibrio termodinamico***

# Diagrammi a bande

- *L'affinità elettronica è la stessa nei due lati*
- *Il lavoro di estrazione del lato p è maggiore di quello del lato n*



$$q\Phi_{Sp} = q\chi_s + E_g - (E_F - E_v) = q\chi_s + E_g - k_B T \ln \frac{N_v}{N_A}$$

$$q\Phi_{Sn} = q\chi_s + (E_c - E_F) = q\chi_s + k_B T \ln \frac{N_c}{N_D}$$

# Diagrammi a bande

- *Si costruisce poi il diagramma complessivo sulla base di alcune **regole**:*
  - ◆ **il livello di Fermi è costante nella struttura** (ciò corrisponde ad una corrente nulla nel sistema)
  - ◆ l'affinità elettronica e l'ampiezza della banda proibita **sono costanti per ogni materiale**
  - ◆ lontano dalle giunzioni, la struttura a bande **torna ad essere quella del materiale isolato**
  - ◆ il livello del vuoto  $E_0$  **è continuo**

# Diagrammi a bande

- Per rendere  $E_F$  **costante** nella struttura, nel transitorio che porta all'equilibrio si ha uno **spostamento di elettroni dal lato con  $E_F$  maggiore verso quello con  $E_F$  minore**
- Di conseguenza, vi saranno regioni, dette di **carica spaziale**, dove non vi sono cariche libere: si tratta quindi di **regioni dove  $\rho \neq 0$**  (infatti le cariche degli atomi droganti ionizzati, fissi, non sono più compensate da quelle dei portatori liberi)

# Diagrammi a bande

- *Nel caso della giunzione  $pn$ , si ha quindi un **trasferimento netto di elettroni dal lato  $n$  verso il lato  $p$***
- *Si può anche interpretare il fenomeno come **trasferimento di lacune dal lato  $p$  verso il lato  $n$***
- *Tale trasferimento avviene per **diffusione di cariche libere***
- *A cavallo della giunzione metallurgica ( $x = 0$ ), si stabilisce una **regione di carica spaziale svuotata dalle cariche libere***

# Legame tra $\rho$ e bande

- *In una regione neutra*

$$\rho = 0 \implies \frac{d\mathcal{E}}{dx} = 0 \implies \mathcal{E}(x) = \mathcal{E}_0$$

*e quindi  $\varphi(x) = -\mathcal{E}_0x + \varphi_0$ , cioè  $\varphi(x)$  è **una retta***

- *L'energia potenziale che subiscono gli elettroni*

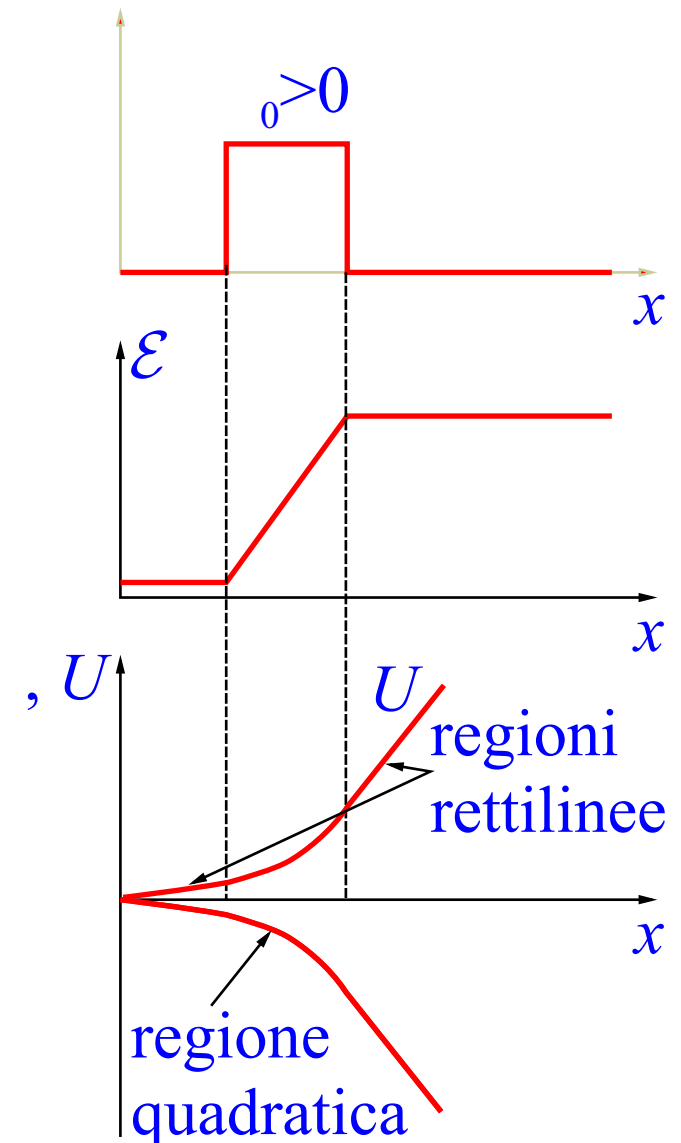
*vale  $U(x) = -q\varphi(x)$*

- *Si può concludere che **nelle regioni neutre il diagramma a bande è rettilineo, e viceversa***

- *Se la regione neutra ha campo nullo ( $\mathcal{E}_0 = 0$ ), le bande sono **orizzontali***

# Legame tra $\rho$ e bande

- In una regione non neutra ( $\rho \neq 0$ ),  $\mathcal{E}$  non è più costante e quindi **le bande di energia non sono più rettilinee**
- In particolare, dove  $\rho$  è costante e non nulla, il campo è una retta non orizzontale e l'energia potenziale ha forma **parabolica**



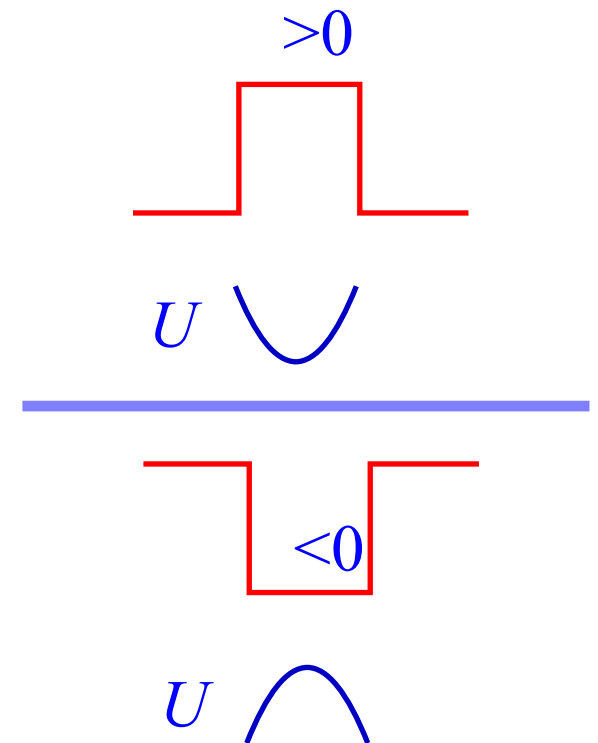
# Legame tra $\rho$ e bande

■ Poiché  $U = -q\varphi$ , dall'equazione di Poisson è

$$\frac{d^2U}{dx^2} = q\frac{\rho}{\epsilon}$$

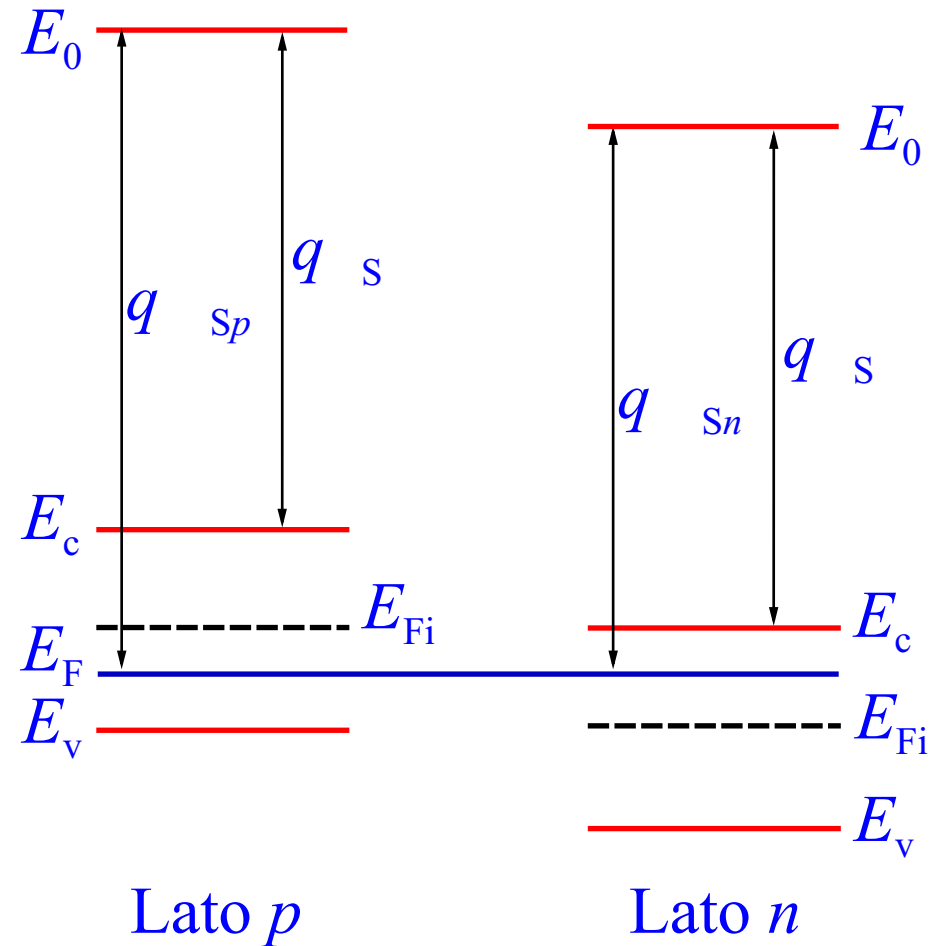
*pertanto*

- ◆ in una regione con  $\rho > 0$  il diagramma a bande presenta **curvatura verso l'alto**
- ◆ in una regione con  $\rho < 0$  il diagramma a bande presenta **curvatura verso il basso**



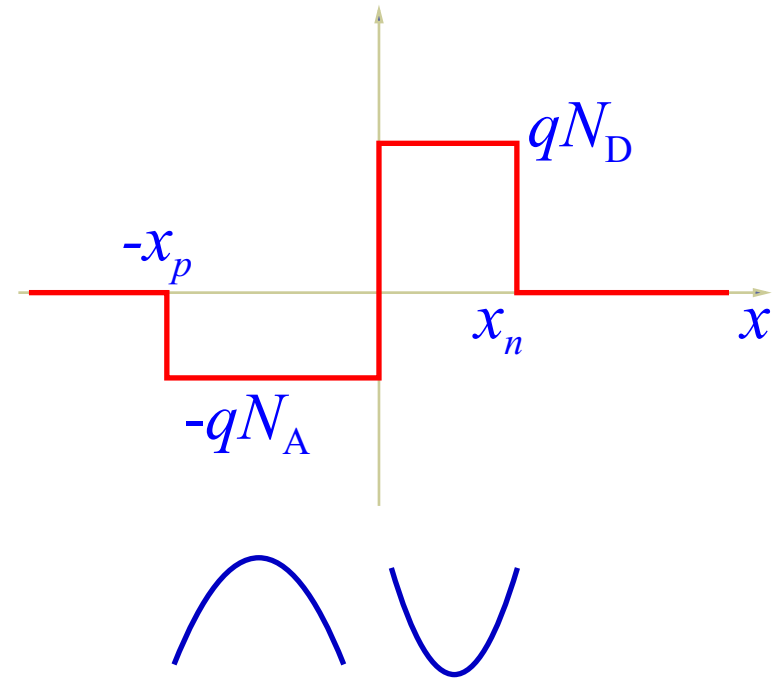
# Diagramma a bande qualitativo

- Si traccia il **livello di Fermi**, uniforme in tutta la struttura
- Si traccia il diagramma a bande lontano dalla giunzione, dove coincide con quello dei materiali isolati

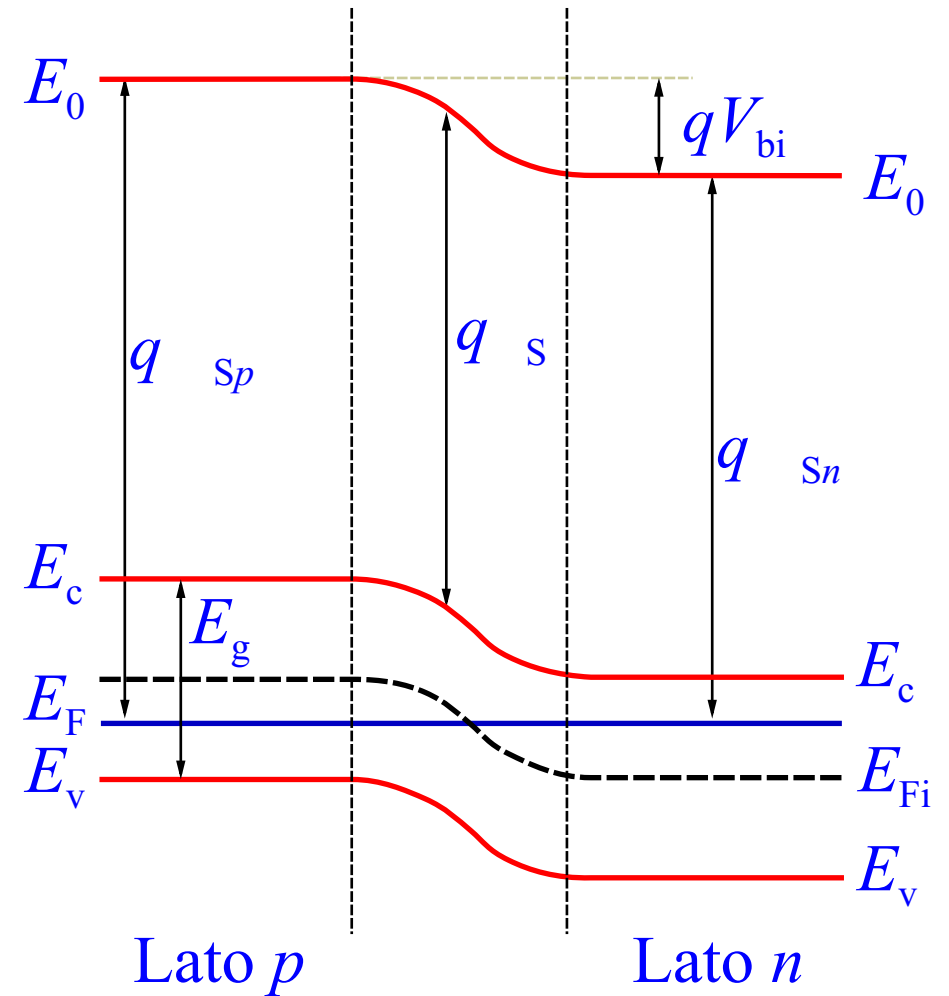
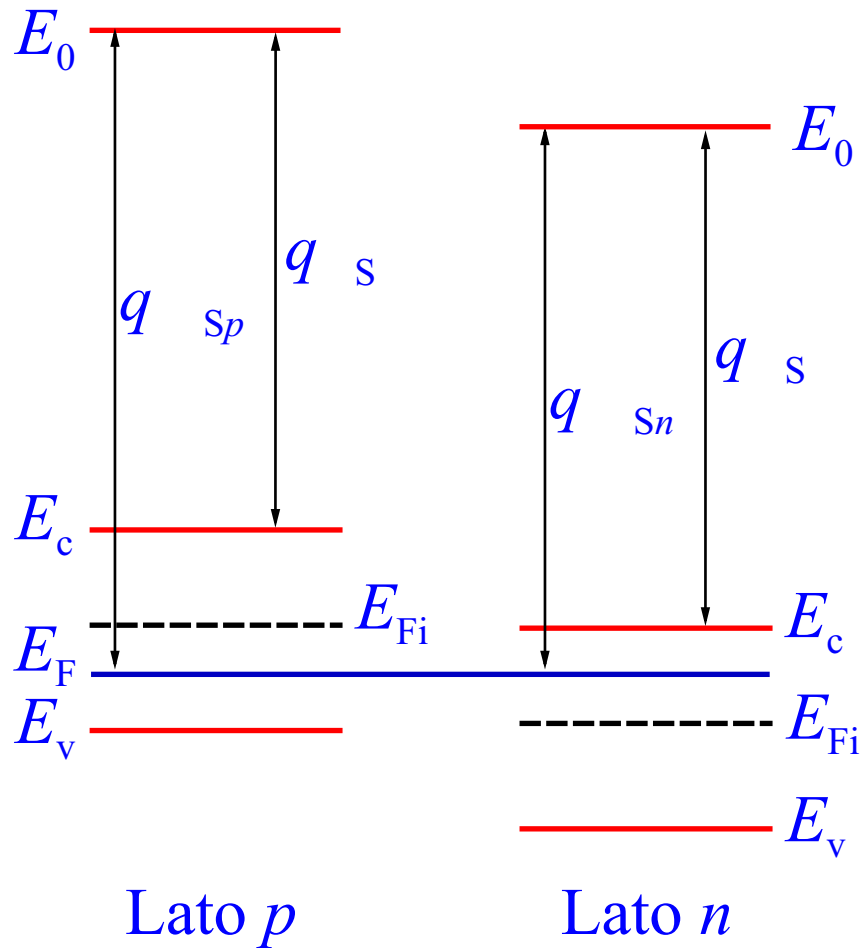


# Diagramma a bande qualitativo

- Nella regione di carica spaziale, si assume l'**ipotesi di completo svuotamento** da parte dei portatori liberi
- Si ha quindi  $\rho \neq 0$ , cui corrispondono bande con la concavità indicata ed  $\mathcal{E} \neq 0$
- $\mathcal{E} \neq 0$  determina una **corrente di trascinamento** tale da compensare la diffusione di portatori, in modo da avere  $J = 0$  in equilibrio



# Diagramma a bande qualitativo



# Diagramma a bande qualitativo

- *Ai capi della regione svuotata si forma una **barriera di energia potenziale** di altezza  $qV_{bi}$  che si oppone alla diffusione di elettroni verso il lato  $p$  e lacune verso il lato  $n$*
- $V_{bi}$  viene detto **potenziale di contatto** o **potenziale di built-in** della giunzione

$$\begin{aligned} qV_{bi} &= q\Phi_{Sp} - q\Phi_{Sn} = E_g - k_B T \ln \frac{N_v N_c}{N_A N_D} \\ &= k_B T \ln \frac{N_v N_c}{n_i^2} - k_B T \ln \frac{N_v N_c}{N_A N_D} = k_B T \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2} \end{aligned}$$

# Regione svuotata

- Per calcolare l'ampiezza della regione svuotata, si determina  $\varphi(x)$  e si usa la relazione

$$\varphi(x_n) - \varphi(-x_p) = V_{bi}$$

- Le due ampiezze  $x_n$  e  $x_p$  non sono indipendenti, poiché vale la **condizione di neutralità**

$$N_A x_p = N_D x_n$$

- Per integrare l'equazione di Poisson, occorrono due condizioni al contorno

- ◆  $\mathcal{E}$  è nullo nelle regioni neutre
- ◆  $\varphi(x)$  è nullo in un punto a scelta

# Regione svuotata

- *Si integra l'equazione di Poisson*

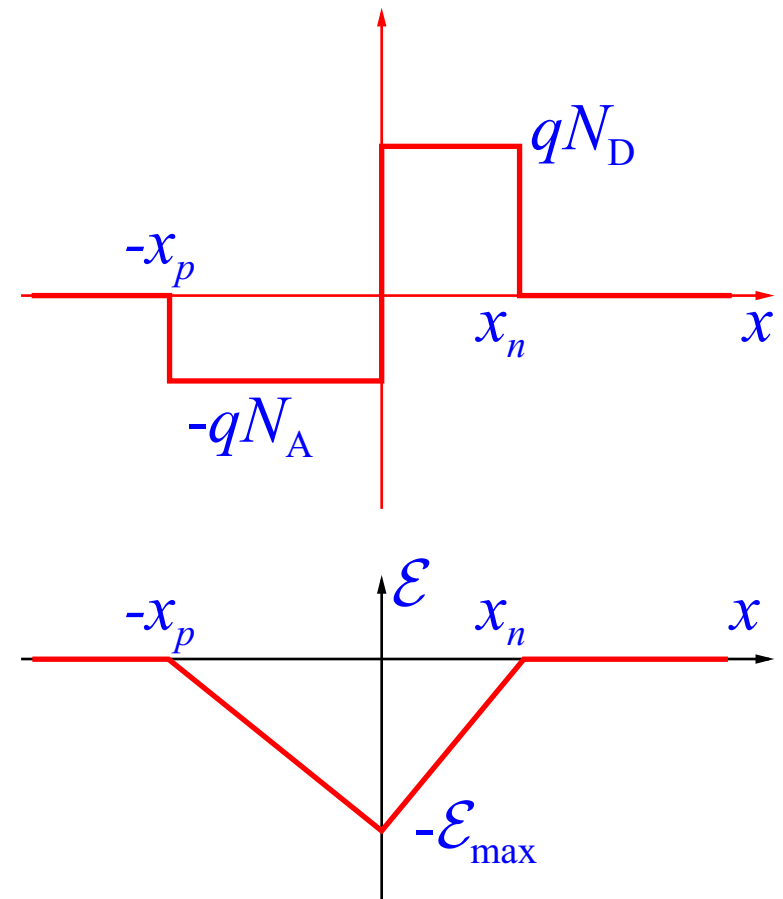
$$\frac{d\mathcal{E}}{dx} = \frac{\rho}{\epsilon}$$

- *Per  $-x_p \leq x < 0$  si ha*

$$\mathcal{E}(x) = -\frac{qN_A}{\epsilon}x + c_1$$

- *Dalla condizione al contorno  $\mathcal{E}(-x_p) = 0$  si ha*

$$c_1 = -\frac{qN_A}{\epsilon}x_p$$



# Regione svuotata

## ■ Infine

$$\mathcal{E}(x) = -\frac{qN_A}{\epsilon}(x + x_p) \quad -x_p \leq x < 0$$

con  $\mathcal{E}_{\max} = -\mathcal{E}(0) = qN_A x_p / \epsilon$

## ■ Nella regione $0 \leq x < x_n$ si ha

$$\mathcal{E}(x) = \frac{qN_D}{\epsilon}x + c_2$$

dove, per continuità di  $\mathcal{E}(x)$  in  $x = 0$  e per la condizione di neutralità

$$\mathcal{E}(0^-) = -\frac{qN_A}{\epsilon}x_p = \mathcal{E}(0^+) = c_2 = -\frac{qN_D}{\epsilon}x_n$$

# Regione svuotata

- Riunendo i due risultati, nella regione svuotata è

$$\mathcal{E}(x) = \begin{cases} -\frac{qN_A}{\epsilon}(x + x_p) & -x_p \leq x < 0 \\ \frac{qN_D}{\epsilon}(x - x_n) & 0 \leq x < x_n \end{cases}$$

- Si noti come, grazie alla condizione di neutralità

$$\mathcal{E}(x_n) = 0$$

$$\mathcal{E}_{\max} = -\mathcal{E}(0) = \frac{qN_A}{\epsilon}x_p = \frac{qN_D}{\epsilon}x_n$$

# Regione svuotata

- *Si integra la definizione di potenziale*

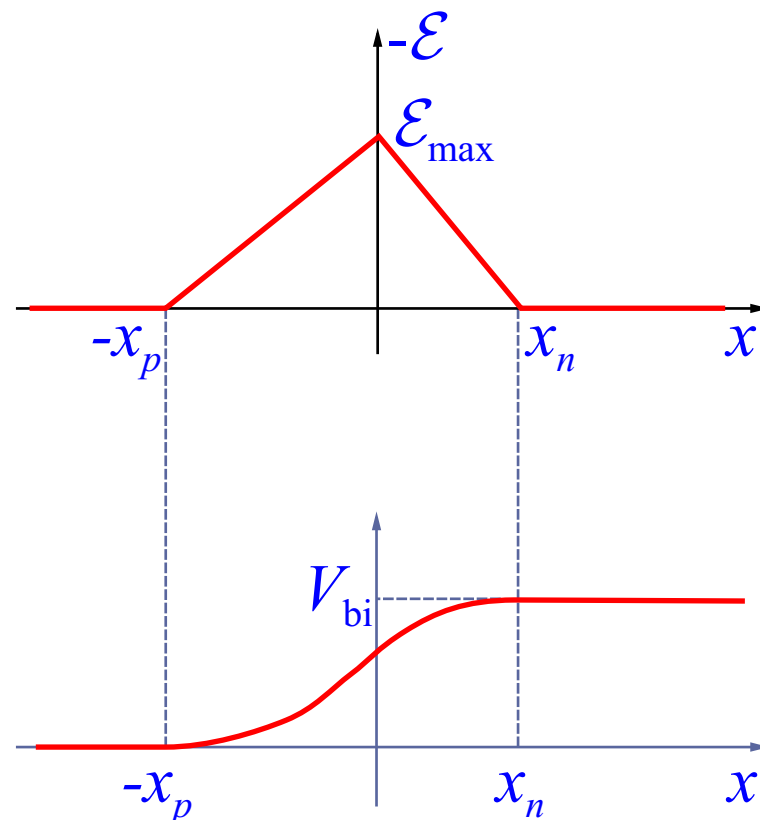
$$\frac{d\varphi}{dx} = -\mathcal{E}$$

- *Per  $-x_p \leq x < 0$  si ha*

$$\varphi(x) = \frac{qN_A}{2\epsilon}(x + x_p)^2 + k_1$$

- *Scegliendo  $\varphi(-x_p) = 0$ , per  $-x_p \leq x < 0$  si ha*

$$\varphi(-x_p) = k_1 = 0 \implies \varphi(x) = \frac{qN_A}{2\epsilon}(x + x_p)^2$$



# Regione svuotata

■ **Nella regione  $0 \leq x < x_n$  si ha**

$$\varphi(x) = -\frac{qN_D}{2\epsilon}(x - x_n)^2 + k_2$$

**dove, per continuità di  $\varphi(x)$  in  $x = 0$**

$$\varphi(0^-) = \frac{qN_A}{2\epsilon}x_p^2 = \varphi(0^+) = -\frac{qN_D}{2\epsilon}x_n^2 + k_2$$

**da cui**

$$k_2 = \frac{qN_A}{2\epsilon}x_p^2 + \frac{qN_D}{2\epsilon}x_n^2$$

# Regione svuotata

■ Riunendo i due risultati, nella regione svuotata è

$$\varphi(x) = \begin{cases} \frac{qN_A}{2\epsilon}(x + x_p)^2 & -x_p \leq x < 0 \\ -\frac{qN_D}{2\epsilon}(x - x_n)^2 + \frac{qN_A}{2\epsilon}x_p^2 + \frac{qN_D}{2\epsilon}x_n^2 & 0 \leq x < x_n \end{cases}$$

■ Il potenziale di contatto vale quindi

$$V_{bi} = \varphi(x_n) - \varphi(-x_p) = \frac{qN_A}{2\epsilon}x_p^2 + \frac{qN_D}{2\epsilon}x_n^2$$

# Regione svuotata

- *Le ampiezze  $x_p$  e  $x_n$  della regione svuotata soddisfano le relazioni*

$$V_{bi} = \frac{qN_A}{2\epsilon}x_p^2 + \frac{qN_D}{2\epsilon}x_n^2$$

$$N_A x_p = N_D x_n$$

- *Si tratta di un sistema algebrico del secondo ordine, che può essere risolto per sostituzione*

# Regione svuotata

■ *Si ricava pertanto* ( $N_{\text{eq}} = N_A \parallel N_D$ )

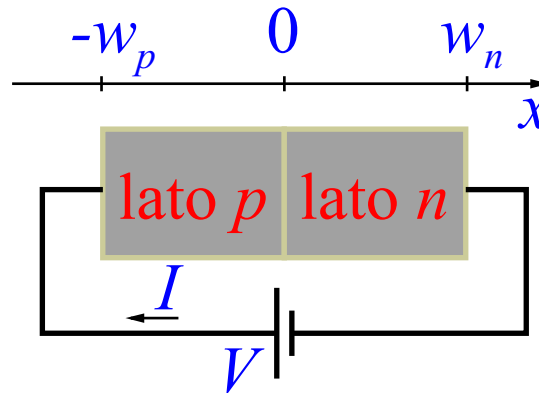
$$x_n = \sqrt{\frac{2\epsilon}{qN_D} \frac{N_A}{N_A + N_D} V_{\text{bi}}} = \sqrt{\frac{2\epsilon}{q} \frac{N_{\text{eq}}}{N_D^2} V_{\text{bi}}}$$

$$x_p = \sqrt{\frac{2\epsilon}{qN_A} \frac{N_D}{N_A + N_D} V_{\text{bi}}} = \sqrt{\frac{2\epsilon}{q} \frac{N_{\text{eq}}}{N_A^2} V_{\text{bi}}}$$

$$x_d = x_n + x_p = \sqrt{\frac{2\epsilon}{q} \left( \frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right) V_{\text{bi}}} = \sqrt{\frac{2\epsilon}{q} \frac{1}{N_{\text{eq}}} V_{\text{bi}}}$$

# Giunzione $pn$ fuori equilibrio

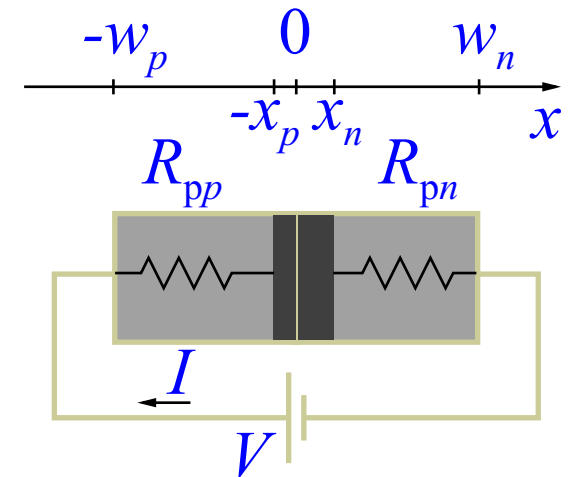
- Si applica alla giunzione  $pn$  una **tensione  $V$**  misurata sul lato  $p$  rispetto al lato  $n$



- La giunzione viene portata fuori equilibrio, e viene percorsa da una **corrente  $I$**  misurata entrante nel lato  $p$

# Giunzione $pn$ fuori equilibrio

- Si suddivide la giunzione  $pn$  tra la **regione di svuotamento** e le **regioni neutre**
- Le regioni neutre sono caratterizzate da una **resistenza parassita**  $R_p = R_{pp} + R_{pn}$
- Si suppone che la corrente  $I$  sia sufficientemente piccola da poter assumere che **tutta la tensione  $V$  cada sulla regione di carica spaziale, ovvero che  $R_p |I| \ll |V|$**



# Giunzione $pn$ fuori equilibrio

## ■ Se $V < 0$ si parla di **polarizzazione inversa**

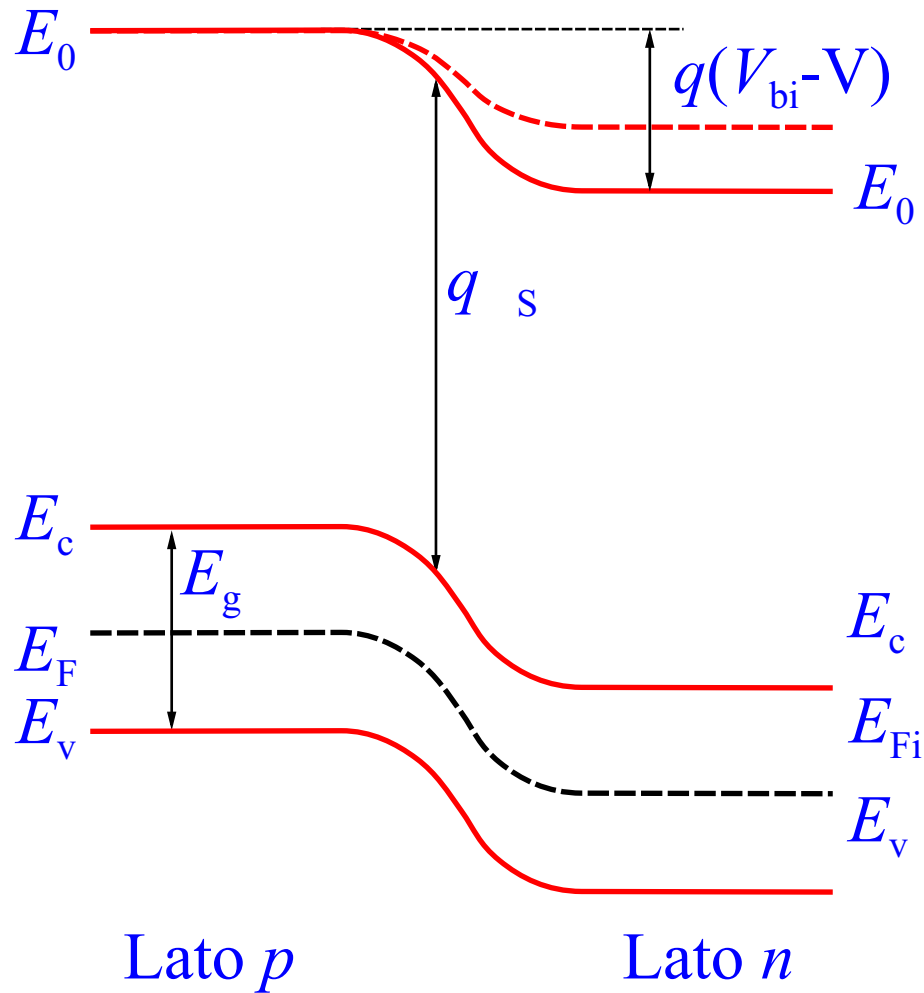
- ◆ la barriera di energia potenziale ai capi della regione di carica spaziale **aumenta**
- ◆ la diffusione dei portatori liberi risulta essere **sfavorita**:  
**prevale la corrente di trascinamento** (lacune da  $n$  a  $p$ ,  
elettroni da  $p$  a  $n$ ,  $I < 0$  e piccola)

## ■ Se $V > 0$ si parla di **polarizzazione diretta**

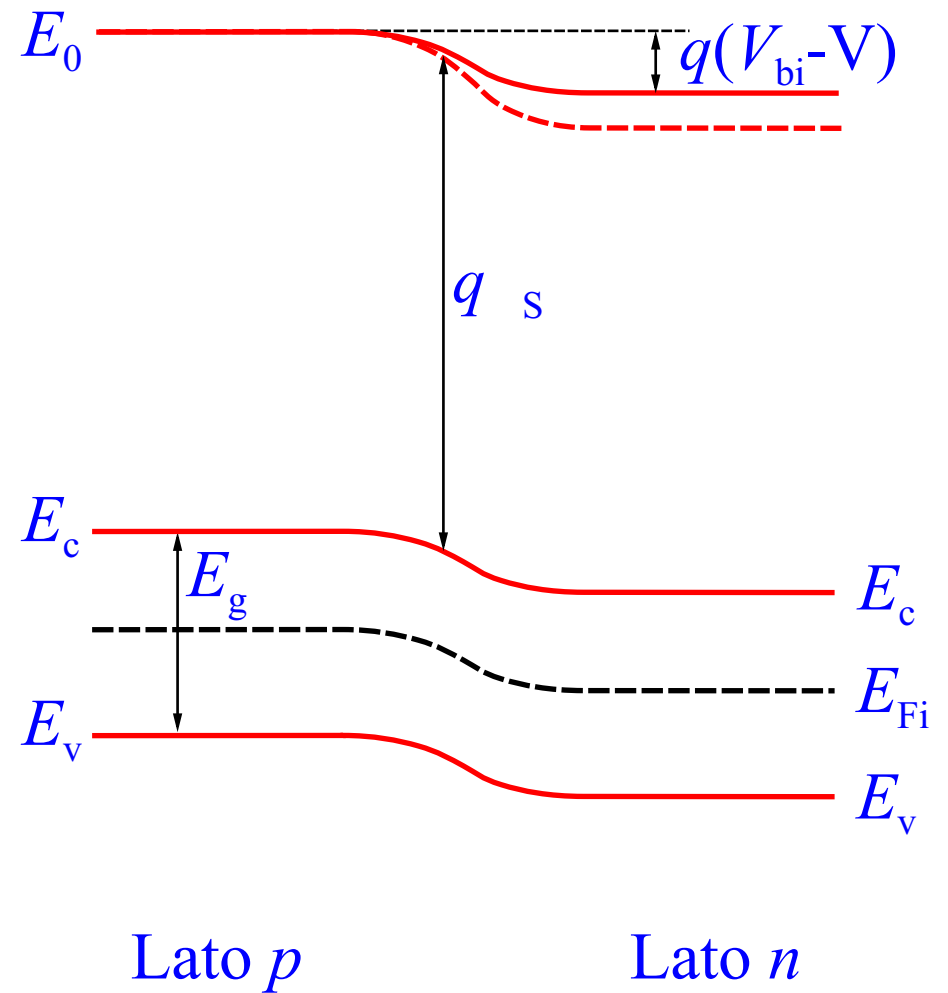
- ◆ la barriera di energia potenziale **diminuisce**
- ◆ la diffusione dei portatori liberi risulta essere **favorita**:  
**prevale la corrente di diffusione** (lacune da  $p$  a  $n$ ,  
elettroni da  $n$  a  $p$ ,  $I > 0$  e grande)

# Giunzione $pn$ fuori equilibrio

Polarizzazione inversa,  $V < 0$



Polarizzazione diretta,  $V > 0$



# Giunzione $pn$ fuori equilibrio

- Rendiamo quantitativa l'analisi calcolando la **caratteristica statica**  $I = I(V)$
- Poiché consideriamo una struttura 1D,  $I = AJ$  ( $A$  è la sezione trasversale) ed  $I$  è costante in ogni punto  $x$
- **Ipotesi:**
  - ◆ le **regioni neutre** hanno  $\mathcal{E} = 0 \Rightarrow$  i portatori minoritari si distribuiscono secondo la lunghezza del lato neutro
  - ◆ **basso livello di iniezione**  $\Rightarrow$  nelle regioni neutre, possiamo assumere che le cariche libere siano quasi in equilibrio (distribuzione di Boltzmann)

# Giunzione $pn$ fuori equilibrio

- **In una qualunque sezione  $x$  si ha**

$$J = J_{n,\text{diff}}(x) + J_{n,\text{tr}}(x) + J_{p,\text{diff}}(x) + J_{p,\text{tr}}(x)$$

- **Per l'ipotesi di quasi-neutralità, nelle regioni neutre possiamo trascurare la corrente di trascinamento dei portatori minoritari**

$$J \approx J_{n,\text{diff}}(x) + J_p(x) \quad x < -x_p$$

$$J \approx J_n(x) + J_{p,\text{diff}}(x) \quad x > x_n$$

- **Per calcolare le correnti di diffusione dei portatori minoritari, occorre valutare  $n'_p(x)$  per  $x < -x_p$  e  $p'_n(x)$  per  $x > x_n$**

# Giunzione $pn$ fuori equilibrio

- Supponiamo che i due lati siano **lunghi rispetto alla lunghezza di diffusione dei portatori minoritari**:  $w_p \gg L_n, w_n \gg L_p$  (si trascurano  $x_p \ll w_p, x_n \ll w_n$ )
- I portatori minoritari si distribuiscono **esponenzialmente** nelle due regioni neutre

$$n'_p(x) = n'_p(-x_p) \exp\left(\frac{x + x_p}{L_n}\right)$$

$$p'_n(x) = p'_n(x_n) \exp\left(-\frac{x - x_n}{L_p}\right)$$

# Giunzione $pn$ fuori equilibrio

- **Restano da valutare  $n'_p(-x_p)$  e  $p'_n(x_n)$**
- **In condizioni di equilibrio termodinamico, si ha**

$$n_{n0}(x_n) = N_D, \quad p_{n0}(x_n) = n_i^2 / N_D$$

$$p_{p0}(-x_p) = N_A, \quad n_{p0}(-x_p) = n_i^2 / N_A$$

***pertanto:***

$$\begin{aligned} V_{bi} &= V_T \log \frac{N_A N_D}{n_i^2} = V_T \log \frac{n_{n0}(x_n)}{n_{p0}(-x_p)} \\ &= V_T \log \frac{p_{p0}(-x_p)}{p_{n0}(x_n)} \end{aligned}$$

# Giunzione $pn$ fuori equilibrio

■ **Si ricava così:**

$$\frac{p_{n0}(x_n)}{p_{p0}(-x_p)} = \frac{n_{p0}(-x_p)}{n_{n0}(x_n)} = \exp\left(-\frac{V_{bi}}{V_T}\right)$$

■ **Fuori equilibrio, in basso livello di iniezione:**

$$\frac{p_n(x_n)}{p_p(-x_p)} \approx \frac{n_p(-x_p)}{n_n(x_n)} \approx \exp\left(-\frac{V_{bi} - V}{V_T}\right)$$

■ **Inoltre, si può assumere**

$$\begin{aligned}n_n(x_n) &\approx n_{n0}(x_n) = N_D \\ p_p(-x_p) &\approx p_{p0}(-x_p) = N_A\end{aligned}$$

# Giunzione $pn$ fuori equilibrio

■ Sostituendo, si ottiene la **legge della giunzione**:

$$p_n(x_n) = p_{n0}(x_n) \exp\left(\frac{V}{V_T}\right)$$

$$n_p(-x_p) = n_{p0}(-x_p) \exp\left(\frac{V}{V_T}\right)$$

**dove**

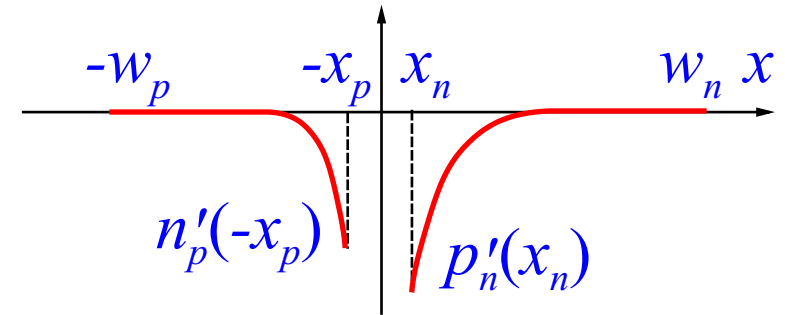
$$n_{p0}(-x_p) = \frac{n_i^2}{N_A}, \quad p_{n0}(x_n) = \frac{n_i^2}{N_D}$$

# Giunzione $pn$ fuori equilibrio

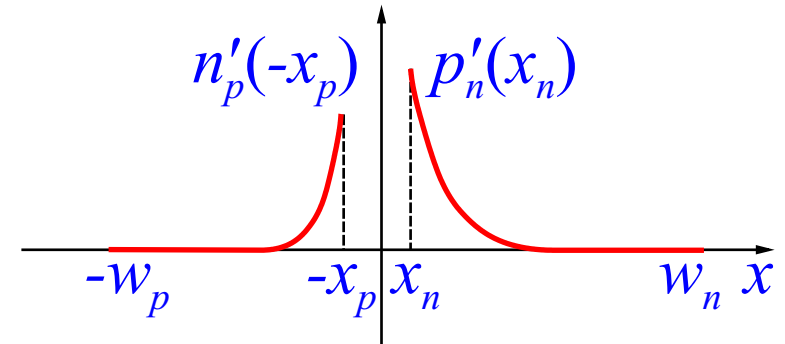
■ In termini degli eccessi di portatori si ha:

$$\frac{n'_p(-x_p)}{n_{p0}(-x_p)} = \exp\left(\frac{V}{V_T}\right) - 1$$

$$\frac{p'_n(x_n)}{p_{n0}(x_n)} = \exp\left(\frac{V}{V_T}\right) - 1$$



Polarizzazione inversa,  $V < 0$



Polarizzazione diretta,  $V > 0$

# Giunzione $pn$ fuori equilibrio

- *Ai bordi della regione di carica spaziale si ha quindi*

$$J_{n,\text{diff}}(-x_p) = qD_n \left. \frac{dn'_p}{dx} \right|_{x=-x_p} = qD_n \frac{n'_p(-x_p)}{L_n}$$

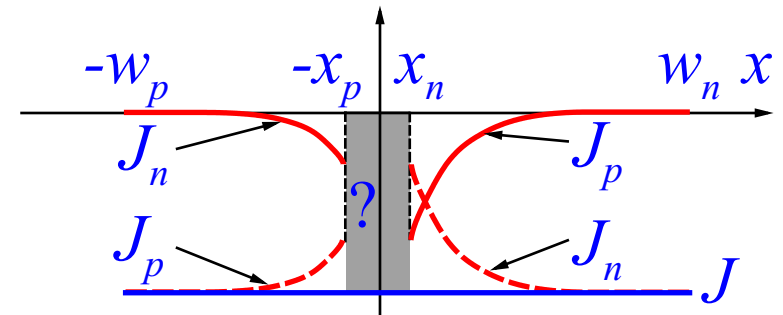
$$J_{p,\text{diff}}(x_n) = -qD_p \left. \frac{dp'_n}{dx} \right|_{x=x_n} = qD_p \frac{p'_n(x_n)}{L_p}$$

- *La corrente totale vale*

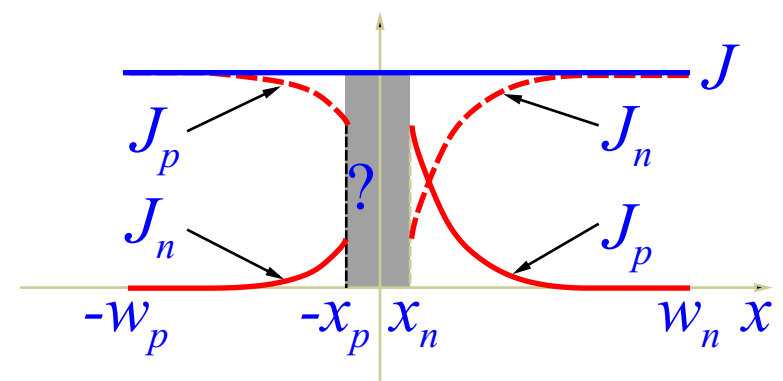
$$J = J_{n,\text{diff}}(-x_p) + J_p(-x_p) = J_n(x_n) + J_{p,\text{diff}}(x_n)$$

# Giunzione $pn$ fuori equilibrio

- Per valutare  $J$ , occorre calcolare  $J_p(-x_p)$  e  $J_n(x_n)$
- Per farlo, si usa un'altra ipotesi: **la GR nella regione di carica spaziale è trascurabile**



Polarizzazione inversa,  $J < 0$



Polarizzazione diretta,  $J > 0$

# Giunzione $pn$ fuori equilibrio

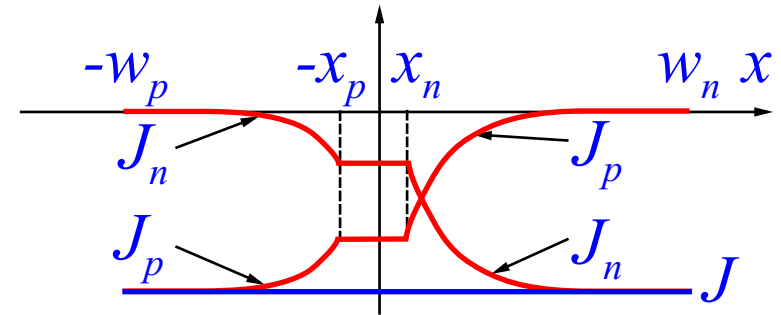
■ **Si ha:**

$$J_p(-x_p) = J_{p,\text{diff}}(x_n)$$

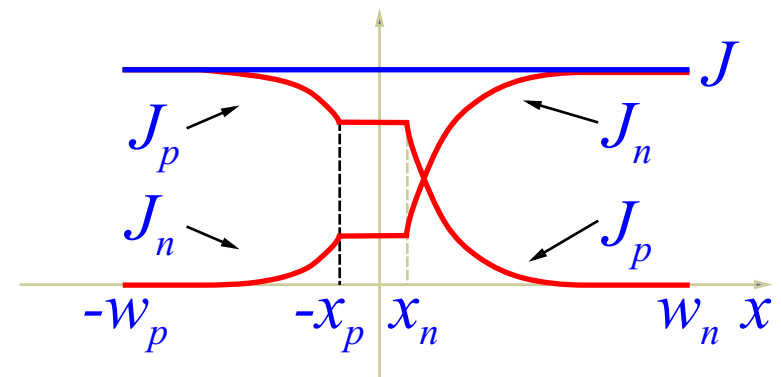
$$J_n(x_n) = J_{n,\text{diff}}(-x_p)$$

■ **In definitiva, si calcola la corrente come *somma delle correnti di diffusione dei portatori minoritari nei due lati***

$$J = J_{n,\text{diff}}(-x_p) + J_{p,\text{diff}}(x_n)$$



Polarizzazione inversa,  $J < 0$



Polarizzazione diretta,  $J > 0$

# Caratteristica statica

- Sostituendo le espressioni per le correnti di diffusione dei portatori minoritari e ricordando che  $I = JA$ , si ottiene la **caratteristica statica della giunzione pn**

$$I = I_s \left[ \exp \left( \frac{V}{V_T} \right) - 1 \right]$$

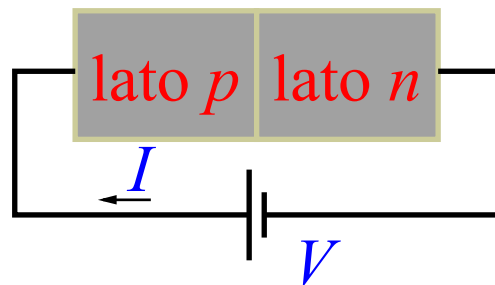
- $I_s$  viene detta **corrente di saturazione inversa della giunzione**

$$I_s = qA \frac{n_i^2}{N_A} \frac{D_n}{L_n} + qA \frac{n_i^2}{N_D} \frac{D_p}{L_p}$$

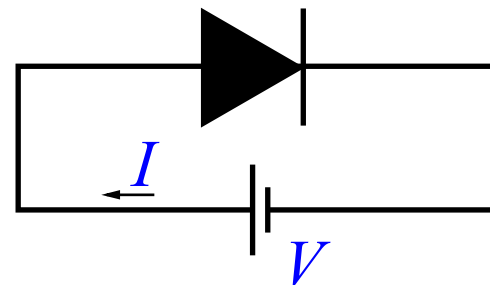
# Caratteristica statica

- *La caratteristica statica è una equazione che pone in relazione i valori della tensione applicata e della corrente nella giunzione nell'ipotesi che il dispositivo operi **in regime stazionario nel tempo***
- *Si tratta di una **relazione nonlineare** che rende la giunzione, dal punto di vista elettrico, un **bipolo nonlineare controllato in tensione***

Struttura fisica



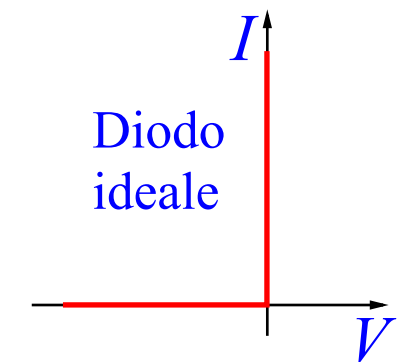
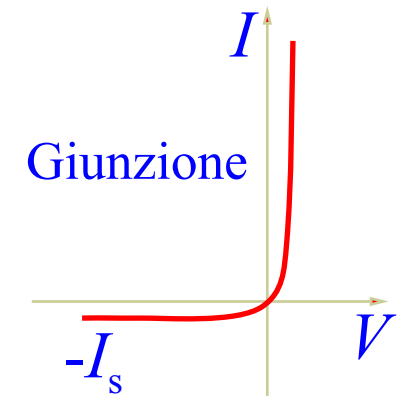
Simbolo circuitale



# Caratteristica statica

## ■ *La giunzione pn approssima il comportamento elettrico di un diodo ideale*

- ◆ in **polarizzazione diretta** ( $V > 0$ ) passa una corrente elevata con una piccola tensione  $V$  applicata: si approssima un **corto circuito**
- ◆ in **polarizzazione inversa** ( $V < 0$ ) passa una piccola corrente anche con una tensione applicata  $|V|$  elevata: si approssima un **circuito aperto**



# Caratteristica statica

- *Una analisi più accurata consente di verificare come la caratteristica statica segua la legge:*

$$I = I_s \left[ \exp \left( \frac{V}{\eta V_T} \right) - 1 \right]$$

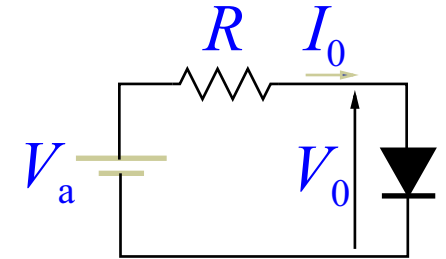
- *Il termine  $\eta$ , detto **fattore di idealità**, dipende dalla polarizzazione  $\eta = \eta(V)$  ( $\eta = 1 \div 2$ )*

- *Per una giunzione al Si*

- ◆ *per basse tensioni dirette ( $V \leq 0.3$  V) e in polarizzazione inversa  $\eta \approx 2$*
- ◆ *per tensioni dirette elevate  $\eta \approx 1$*

# Punto di funzionamento

■ *Si alimenta un diodo con un generatore reale  $V_a$  di resistenza  $R$  (che include la resistenza parassita)*



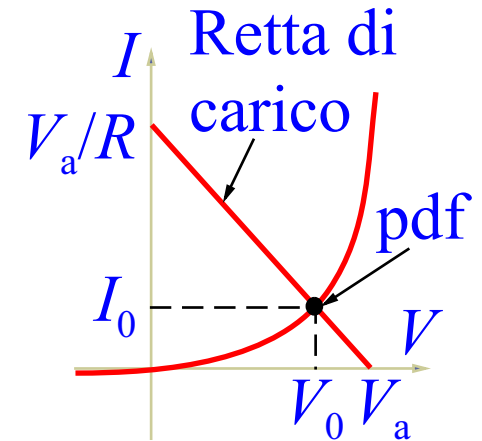
■ *La tensione  $V$  sul diodo e la corrente  $I$  devono soddisfare due vincoli:*

- ◆ la **caratteristica statica** non lineare del diodo  $I = I(V)$
- ◆ la **relazione lineare** dovuta alla KVL  $V = V_a - RI$  (detta **retta di carico**)

■ *La soluzione  $(I_0, V_0)$  costituisce il **punto di funzionamento a riposo** della giunzione*

# Punto di funzionamento

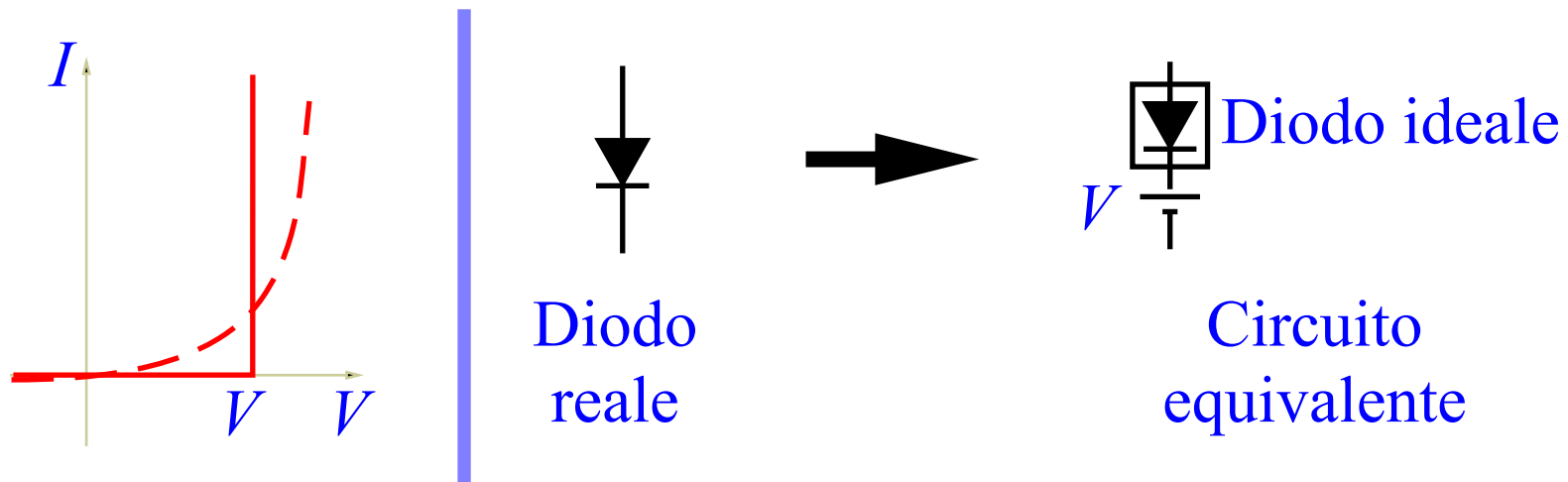
- *I due vincoli possono essere rappresentati graficamente nel piano  $(I, V)$  della caratteristica statica del diodo*
- *L'intersezione tra le due curve costituisce il **punto di funzionamento a riposo (pdf)** del diodo, di coordinate  $(I_0, V_0)$*
- *Per determinare quantitativamente  $I_0$  e  $V_0$  occorre risolvere numericamente un'equazione non lineare*



# Modello semplificato

■ Si può usare un **modello semplificato** per la **caratteristica statica**

- ◆ in polarizzazione inversa ( $V < 0$ ) il diodo è un **circuito aperto**, cioè  $I = 0$
- ◆ in polarizzazione diretta ( $I > 0$ ) il diodo presenta una **caduta di tensione costante**, cioè  $V = V_\gamma = \text{cost.}$

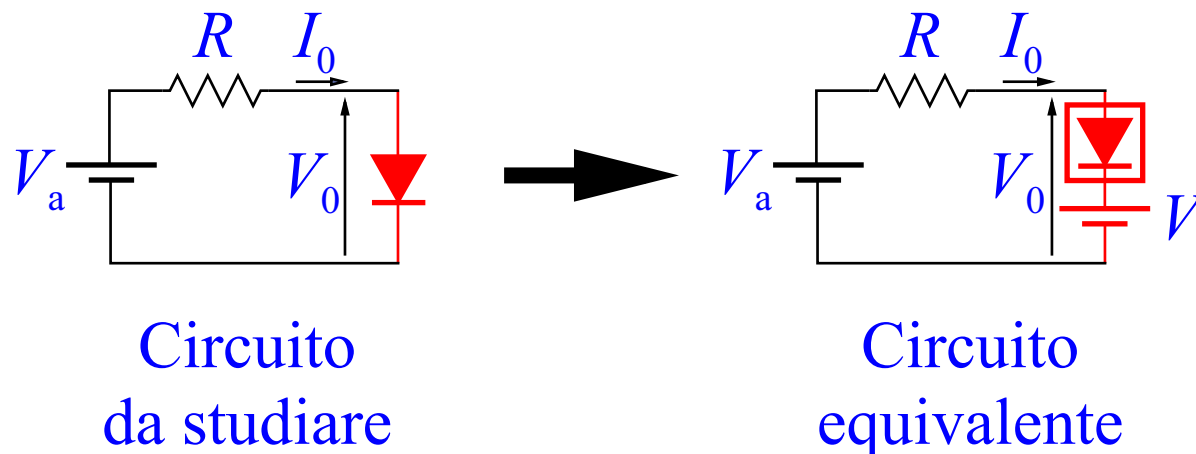


# Modello semplificato

- *Per un diodo al silicio, si può assumere*

$$V_\gamma = 0,5 \div 0,6V$$

- *Una volta sostituita la giunzione con il circuito equivalente corrispondente al modello semplificato, si studia il circuito seguendo le metodologie viste a Elettrotecnica I*



# Effetto della temperatura

■ *Nella espressione della caratteristica statica, dipendono dalla temperatura:*

◆ il **fattore esponenziale**, che contiene  $V_T$

$$I = I_s \left[ \exp \left( \frac{V}{\eta V_T} \right) - 1 \right]$$

◆ la **corrente di saturazione inversa**  $I_s$

$$I_s = qA \frac{n_i^2}{N_A} \frac{D_n}{L_n} + qA \frac{n_i^2}{N_D} \frac{D_p}{L_p}$$

$$n_i^2 \propto T^3 \exp \left( -\frac{E_g}{k_B T} \right)$$

# Effetto della temperatura

- *Approssimando la dipendenza di  $I_s$  da  $T$  con il solo effetto di  $n_i^2$  si ha*

$$\frac{1}{I_s} \frac{\Delta I_s}{\Delta T} \approx \frac{1}{I_s} \frac{dI_s}{dT} = \frac{3}{T} + \frac{E_g}{k_B T^2}$$

- *In **polarizzazione diretta** si ha*

$$V = V_T \log \left( \frac{I + I_s}{I_s} \right) \approx V_T \log \left( \frac{I}{I_s} \right)$$

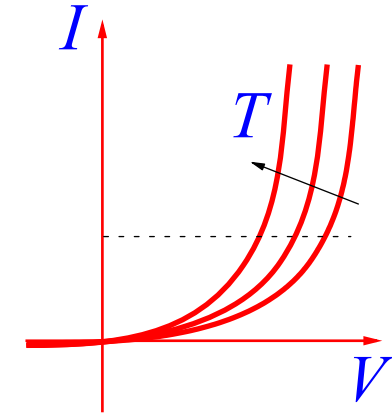
*da cui*

$$\frac{\Delta V}{\Delta T} \approx \frac{dV}{dT} \approx \frac{V}{T} - V_T \frac{1}{I_s} \frac{dI_s}{dT} = \frac{V - E_g/q - 3V_T}{T}$$

# Effetto della temperatura

- *Per un diodo al silicio a 300 K, con  $V = 0.6$  V e  $E_g = 1.124$  eV si ha*

$$\frac{\Delta V}{\Delta T} \approx -2 \text{ mV/K}$$



- *Sperimentalmente, si osservano valori intorno a  $-2.5$  mV/K*

# Effetti capacitivi

- *La caratteristica statica è una **relazione istantanea** tra la tensione applicata e la corrente che attraversa la giunzione*
- *Se si applica alla giunzione un segnale elettrico (tensione o corrente) **variabile nel tempo**, la risposta del dispositivo non è istantanea, poiché vi sono cariche accumulate:*
  - ◆ *nella regione di carica spaziale (carica **fissa**  $Q_f$  corrispondente alla **regione di svuotamento**)*
  - ◆ *nelle due regioni neutre (carica **mobile**  $Q_m$  dovuta ai **portatori liberi in eccesso**)*

# Effetti capacitivi

- *In entrambi i casi, la carica accumulata è **funzione della tensione totale  $v(t)$  applicata alla giunzione***
- *Poiché le cariche dipendono dalla tensione applicata, ciò corrisponde a due diversi **effetti capacitivi** associati alla giunzione:*

$$Q_f[v(t)] \quad \text{e} \quad Q_m[v(t)]$$

# Effetti capacitivi

- *La corrente associata alle due componenti di carica vale*

$$\frac{dQ_f}{dt} = \frac{dQ_f}{dv} \frac{dv}{dt} = C_s[v(t)] \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dQ_m}{dt} = \frac{dQ_m}{dv} \frac{dv}{dt} = C_d[v(t)] \frac{dv}{dt}$$

- $C_s$  è la **capacità di svuotamento** associata alla regione svuotata
- $C_d$  è la **capacità di diffusione** associata ai portatori liberi in eccesso nelle regioni quasi-neutre

# Capacità di svuotamento

- La carica **totale** accumulata nella regione svuotata è nulla (condizione di neutralità)
- La carica accumulata **nel solo lato p** vale
$$Q_f = -qAN_Ax_p[v(t)]$$
- In basso livello di iniezione tutta la tensione applicata cade sulla regione di svuotamento, per cui

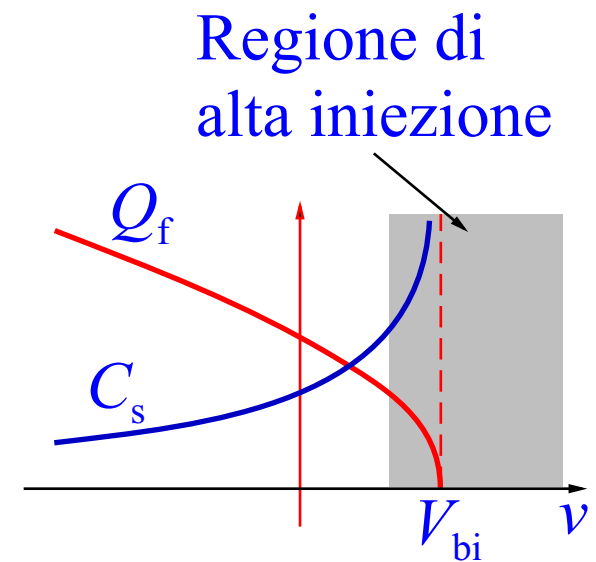
$$x_p[v(t)] = \sqrt{\frac{2\epsilon}{qN_A} \frac{N_D}{N_A + N_D} [V_{bi} - v(t)]}$$

# Capacità di svuotamento

■ *Per definizione:*

$$C_s[v(t)] = -qAN_A \frac{dx_p}{dv}$$
$$= A \sqrt{\frac{q \epsilon N_{eq}}{2[V_{bi} - v(t)]}}$$

*essendo*  $N_{eq} = N_A N_D / (N_A + N_D)$



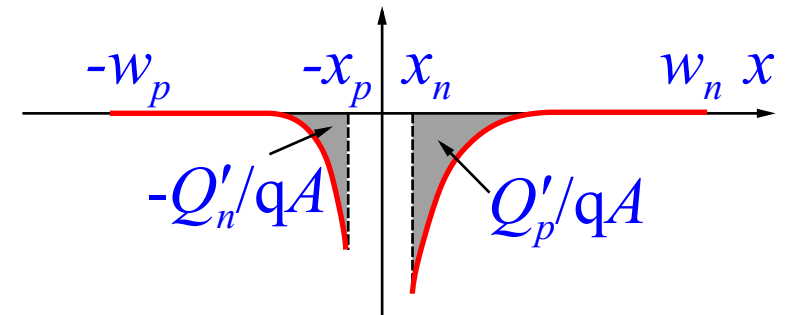
■ *Si noti che l'asintoto verticale è **fittizio** poiché se  $v$  si avvicina a  $V_{bi}$ , non vale più l'ipotesi di **basso livello di iniezione***

# Capacità di diffusione

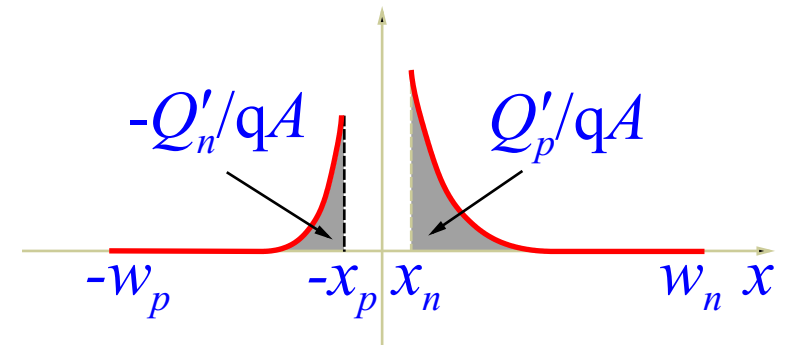
■ **La carica in eccesso iniettata nei due lati vale:**

$$Q'_n = -qA \int_{-w_p}^{-x_p} n'_p(x) dx$$

$$Q'_p = qA \int_{x_n}^{w_n} p'_n(x) dx$$



Polarizzazione inversa,  $V < 0$



Polarizzazione diretta,  $V > 0$

# Capacità di diffusione

- *Nel caso di lati lunghi, si può approssimare la lunghezza del lato con  $\infty$*

$$Q'_n \approx -qA \int_{-\infty}^{-x_p} n'_p(x) dx$$

$$Q'_p \approx qA \int_{x_n}^{\infty} p'_n(x) dx$$

- *Sostituendo la dipendenza esponenziale da  $x$ :*

$$Q'_n \approx -qA n'_p(-x_p) L_n$$

$$Q'_p \approx qA p'_n(x_n) L_p$$

# Capacità di diffusione

## ■ Sostituendo la legge della giunzione

$$Q'_n = -qA \frac{n_i^2}{N_A} L_n \left[ \exp \left( \frac{v(t)}{V_T} \right) - 1 \right]$$

$$Q'_p = qA \frac{n_i^2}{N_D} L_p \left[ \exp \left( \frac{v(t)}{V_T} \right) - 1 \right]$$

## ■ Si può dimostrare che la carica mobile vale:

$$\begin{aligned} Q_m &= Q'_p - Q'_n \\ &= qA n_i^2 \left[ \frac{L_n}{N_A} + \frac{L_p}{N_D} \right] \left[ \exp \left( \frac{v(t)}{V_T} \right) - 1 \right] \end{aligned}$$

# Capacità di diffusione

- *La capacità di diffusione, infine, vale:*

$$C_d[v(t)] = \frac{dQ_m}{dv} = qA \frac{n_i^2}{V_T} \left[ \frac{L_n}{N_A} + \frac{L_p}{N_D} \right] \exp\left(\frac{v(t)}{V_T}\right)$$

- *$C_d$  è proporzionale a  $i(t) + I_s$ , quindi è significativa solo in polarizzazione diretta*
- *Viste le dipendenze da  $v(t)$ , si ha che*
  - ◆ in **polarizzazione inversa** prevale la **capacità di svuotamento**, essendo  $C_d$  trascurabile
  - ◆ in **polarizzazione diretta** prevale la **capacità di diffusione**, essendo  $C_s$  trascurabile

# Circuito equivalente

■ **La corrente  $i(t)$  è quindi la somma di tre componenti:**

◆ la caratteristica statica determina la risposta istantanea del dispositivo:

$$i_{\text{dc}}[v(t)] = I_s \left\{ \exp \left[ \frac{v(t)}{\eta V_T} \right] - 1 \right\}$$

◆ le due capacità danno origine ai contributi di “ritardo”

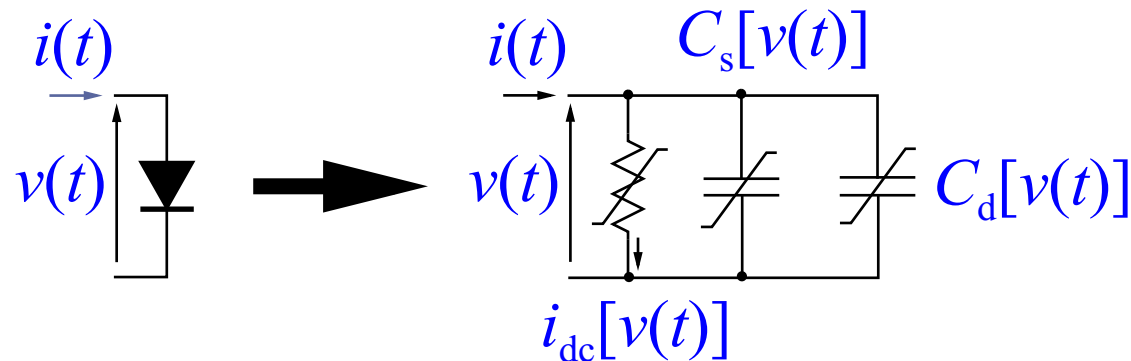
$$C_s[v(t)] \frac{dv}{dt} \quad \text{e} \quad C_d[v(t)] \frac{dv}{dt}$$

# Circuito equivalente

## ■ *La relazione*

$$i(t) = i_{\text{dc}}(t) + C_s[v(t)] \frac{dv}{dt} + C_d[v(t)] \frac{dv}{dt}$$

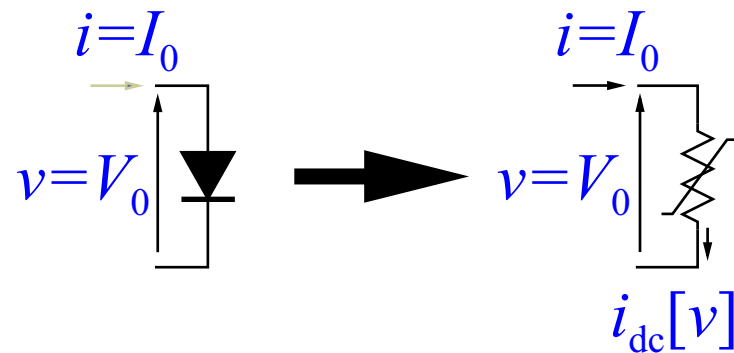
*ammette l'interpretazione circuitale:*



■ Questo è il **circuito equivalente di ampio segnale** della giunzione *pn*

# Circuito equivalente

- In condizioni stazionarie, **gli effetti capacitivi scompaiono** ( $d/dt \rightarrow 0$ )
- Il circuito equivalente di ampio segnale si semplifica in:



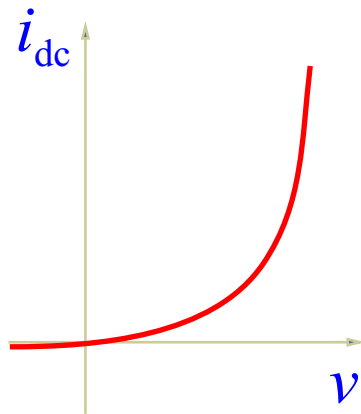
- Si parla, in questo caso, di **circuito equivalente statico** della giunzione  $pn$

# Circuito equivalente

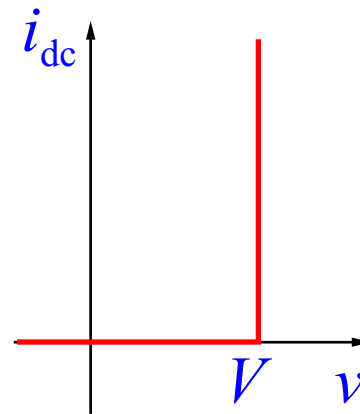
- *Approssimando la caratteristica statica  $i_{dc}(v)$  con la relazione definita a tratti:*

$$i_{dc}(v) = 0 \text{ se } v < V_\gamma \text{ e } i_{dc} > 0 \text{ se } v = V_\gamma$$

*si ottiene il **modello semplificato** visto in precedenza*



Modello statico

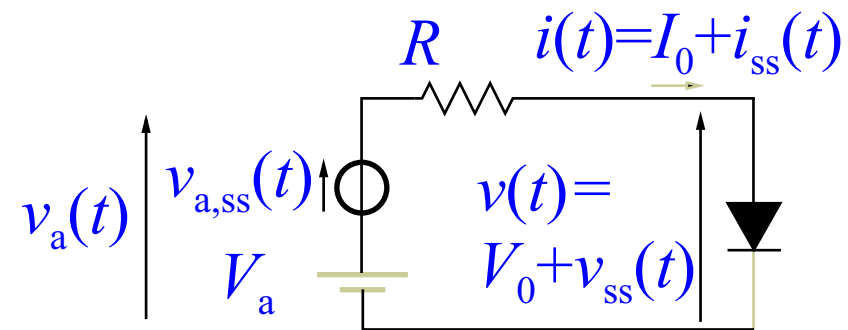


Modello semplificato

# Analisi di piccolo segnale

- In molti casi, si applica alla giunzione un segnale tempo-variante  $v_a(t)$  che si può decomporre nella somma di una componente continua  $V_a$  e di un **generatore di segnale**  $v_{a,ss}(t)$ :

$$v_a(t) = V_a + v_{a,ss}(t)$$



- Facendo uso del **modello di ampio segnale** e di un **simulatore circuitale**, ad esempio *SPICE*, è possibile calcolare la corrente  $i(t)$  che scorre nel diodo e la caduta di potenziale  $v(t)$  ai suoi capi

# Analisi di piccolo segnale

- Se  $I_0$  e  $V_0$  sono i valori di corrente e tensione sul diodo dovuti **alla sola presenza della componente continua  $V_a$** , si possono decomporre  $i(t)$  e  $v(t)$  nel loro **valore in continua** e in una **perturbazione tempo-variante**:

$$v(t) = V_0 + v_{ss}(t) \quad \text{e} \quad i(t) = I_0 + i_{ss}(t)$$

- Assumiamo che il generatore di segnale soddisfi:

$v_{a,ss}(t)$  è **sufficientemente piccola** da poter assumere che la **perturbazione  $v_{ss}(t)$  sia molto piccola rispetto a  $V_0$**  (ovvero  $|v_{ss}(t)| \ll |V_0|$ )

# Analisi di piccolo segnale

- *Si approssimano le relazioni non lineari con uno sviluppo in serie al primo ordine intorno a  $V_0$*

$$i_{\text{dc}}[v(t)] = i_{\text{dc}}[V_0 + v_{\text{ss}}(t)] \approx i_{\text{dc}}(V_0) + \left. \frac{\partial i_{\text{dc}}}{\partial v} \right|_{v=V_0} v_{\text{ss}}(t)$$

$$Q_{\text{f}}[v(t)] = Q_{\text{f}}[V_0 + v_{\text{ss}}(t)] \approx Q_{\text{f}}(V_0) + \left. \frac{\partial Q_{\text{f}}}{\partial v} \right|_{v=V_0} v_{\text{ss}}(t)$$

$$Q_{\text{m}}[v(t)] = Q_{\text{m}}[V_0 + v_{\text{ss}}(t)] \approx Q_{\text{m}}(V_0) + \left. \frac{\partial Q_{\text{m}}}{\partial v} \right|_{v=V_0} v_{\text{ss}}(t)$$

# Analisi di piccolo segnale

■ *Si definiscono i **parametri*** ( $i_{\text{dc}}(V_0) = I_0$ )

◆ **conduttanza differenziale**

$$g_{\text{d0}} = \left. \frac{\partial i_{\text{dc}}}{\partial v} \right|_{v=V_0} = \frac{I_s}{\eta V_T} \exp\left(\frac{V_0}{\eta V_T}\right) = \frac{I_0 + I_s}{\eta V_T}$$

◆ **capacità (differenziale) di svuotamento**

$$C_{\text{s0}} = \left. \frac{\partial Q_{\text{f}}}{\partial v} \right|_{v=V_0} = A \sqrt{\frac{q \epsilon N_{\text{eq}}}{2[V_{\text{bi}} - V_0]}}$$

◆ **capacità (differenziale) di diffusione**

$$C_{\text{d0}} = \left. \frac{\partial Q_{\text{m}}}{\partial v} \right|_{v=V_0} = qA \frac{n_i^2}{V_T} \left[ \frac{L_n}{N_A} + \frac{L_p}{N_D} \right] \exp\left(\frac{V_0}{V_T}\right)$$

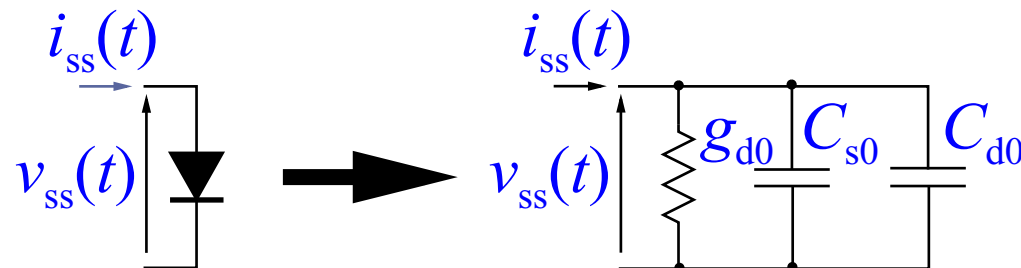
# Analisi di piccolo segnale

- *La relazione che definisce la corrente diviene **lineare***

$$i(t) = I_0 + i_{ss}(t) \approx I_0 + g_{d0}v_{ss}(t) + C_{s0}\frac{dv_{ss}}{dt} + C_{d0}\frac{dv_{ss}}{dt}$$

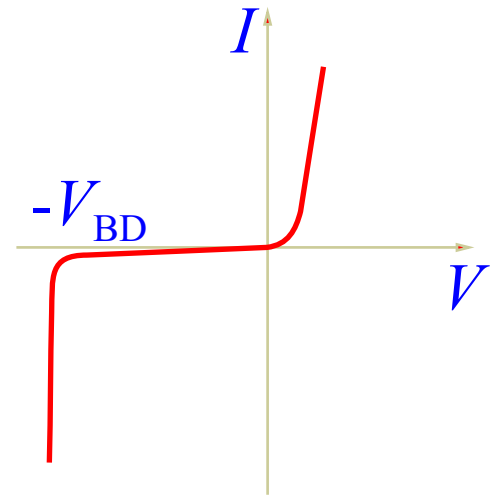
- *Si ha così il **circuito equivalente (lineare) di piccolo segnale** che descrive la relazione tra le **variazioni di segnale rispetto al pdf***

$$i_{ss}(t) = g_{d0}v_{ss}(t) + C_{s0}\frac{dv_{ss}}{dt} + C_{d0}\frac{dv_{ss}}{dt}$$



# Fenomeni di rottura

- Una giunzione  $pn$  sottoposta ad una polarizzazione inversa elevata **non mantiene il comportamento ideale**
- Ad una certa tensione, detta **tensione di breakdown**  $V_{BD}$ , nella giunzione avviene un fenomeno di **rottura (breakdown)**
- Dopo il breakdown, la corrente aumenta (in valore assoluto) in modo brusco e la giunzione si comporta in modo simile ad un **generatore ideale di tensione**

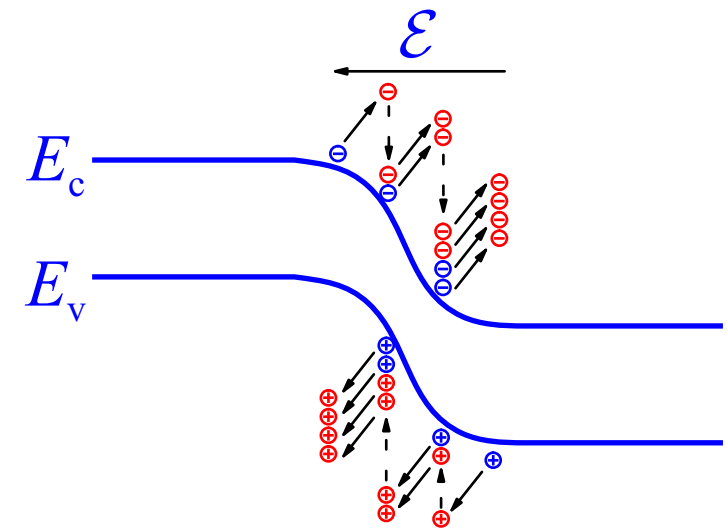


# Fenomeni di rottura

- *Si hanno tre cause di rottura per le giunzioni:*
  - ◆ breakdown per **moltiplicazione a valanga** di portatori liberi nella regione di carica spaziale
  - ◆ breakdown per **effetto Zener**, ovvero per generazione di portatori liberi nella regione di carica spaziale per effetto tunnel
  - ◆ breakdown per **perforazione diretta**: questa avviene quando la regione di svuotamento si estende per tutto il volume del diodo, e quindi ha luogo solo **per diodi con lati poco drogati e/o sottili**

# Breakdown per effetto valanga

- In presenza di campi elettrici elevati, i portatori acquisiscono, tra due urti, energia sufficiente a causare **la generazione di una coppia elettrone-lacuna** (generazione da impatto)
- Questa, a sua volta, acquisisce energia sufficiente a produrre la generazione da impatto
- Si innesca una **moltiplicazione a valanga** dei portatori che aumenta bruscamente la corrente inversa

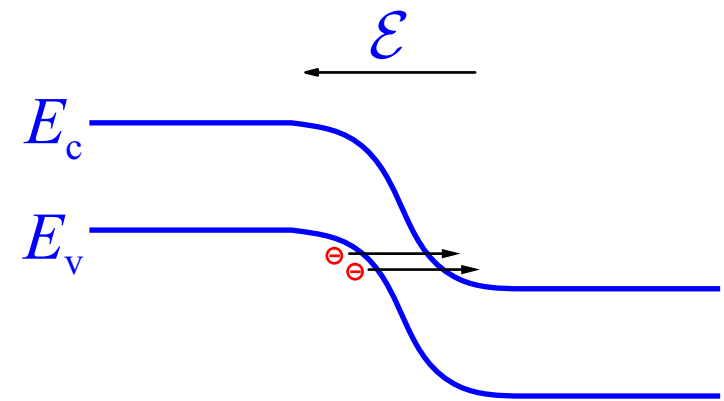


# Breakdown per effetto valanga

- Per ogni materiale, si definisce un **campo critico**  $\mathcal{E}_c$  oltre il quale si innesca il meccanismo dell'effetto valanga
- Si definisce il **coefficiente di ionizzazione**  $\alpha$  come il numero di elettroni (o lacune) generati per unità di lunghezza ad un dato campo elettrico
- In generale, l'effetto valanga è favorito da giunzioni con lati **poco drogati**
- Al crescere della temperatura,  $\alpha$  diminuisce (a parità di  $\mathcal{E}$ ), e quindi la **tensione di rottura per effetto valanga aumenta**

# Breakdown per effetto Zener

- *Se la barriera di regione di carica spaziale è molto sottile, un campo elettrico elevato può indurre la generazione di coppie elettrone-lacuna per passaggio diretto per **effetto tunnel** degli elettroni dalla BV alla BC*
- *All'aumentare della polarizzazione inversa cresce il numero di stati pieni nella BV affacciati a stati vuoti nella BC dal lato opposto: il flusso di portatori generati **aumenta***

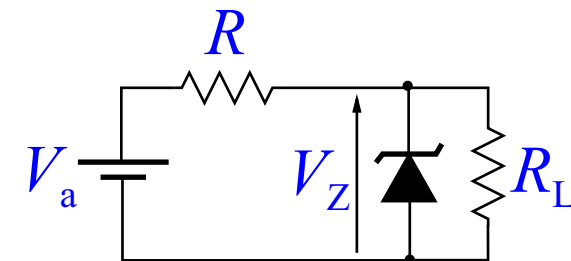
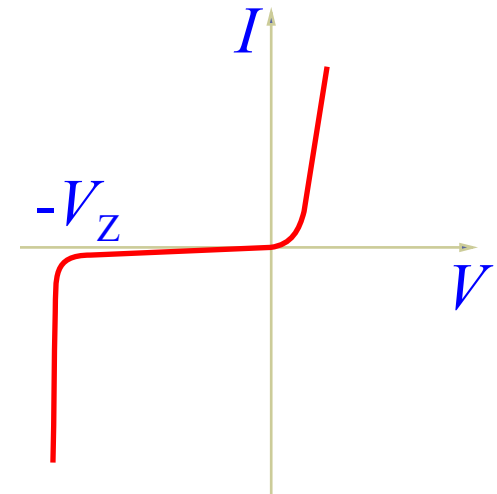


# Breakdown per effetto Zener

- *L'effetto tunnel è favorito dalla presenza di una **zona di carica spaziale sottile**, ovvero in giunzioni con lati **molto drogati***
- *Un aumento della temperatura comporta una riduzione dell'ampiezza della banda proibita, e quindi la **tensione di rottura per effetto tunnel diminuisce***

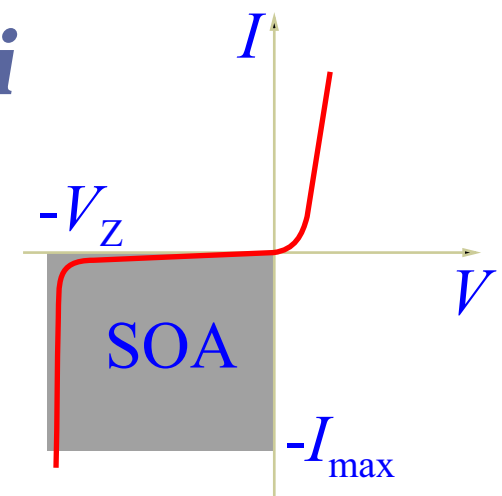
# Diodo Zener

- *La regione di rottura della curva  $I(V)$  approssima la caratteristica di un **generatore ideale di tensione***
- *I diodi costruiti per lavorare in questa regione di funzionamento vengono detti **diodi Zener**, anche se il meccanismo di breakdown non è necessariamente l'effetto tunnel*
- *Trovano applicazione come **stabilizzatori di tensione***



# Diodo Zener

- Se il meccanismo di rottura è misto, si ha una **stabilizzazione in temperatura** della  $V_Z$
- Per evitare la distruzione per effetti termici del dispositivo, occorre che il circuito sia in grado di **limitare** la corrente nel diodo Zener al di sotto del valore massimo
- La regione delle caratteristiche in cui il dispositivo può funzionare correttamente viene detta **Safe Operating Area (SOA)**



# Circuito equivalente

■ *Si può approssimare la caratteristica statica nella regione di rottura con una retta, ottenendo il **circuito equivalente** di figura:*

- ◆  $V_{Za}$ , la **tensione nominale** ( $V_r$  a corrente nulla)
- ◆  $R_Z$ , la **resistenza parassita** (idealmente nulla)

