

Dispositivi Elettronici

Trasporto nei semiconduttori

Trasporto di carica

- *I portatori liberi nel materiale vengono accelerati dalla presenza di un **campo elettrico** \mathcal{E}*
- *La presenza di cariche in moto corrisponde ad una **corrente elettrica***
- *La **velocità (media) di trascinamento** v dei portatori è proporzionale ad \mathcal{E} tramite la relativa **mobilità** μ [$\text{cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$]*

$$v_n = -\mu_n \mathcal{E}, \quad v_p = \mu_p \mathcal{E} \quad (\mu_n, \mu_p > 0)$$

poiché le cariche negative si muovono in direzione opposta ad \mathcal{E} , quelle positive nella stessa direzione

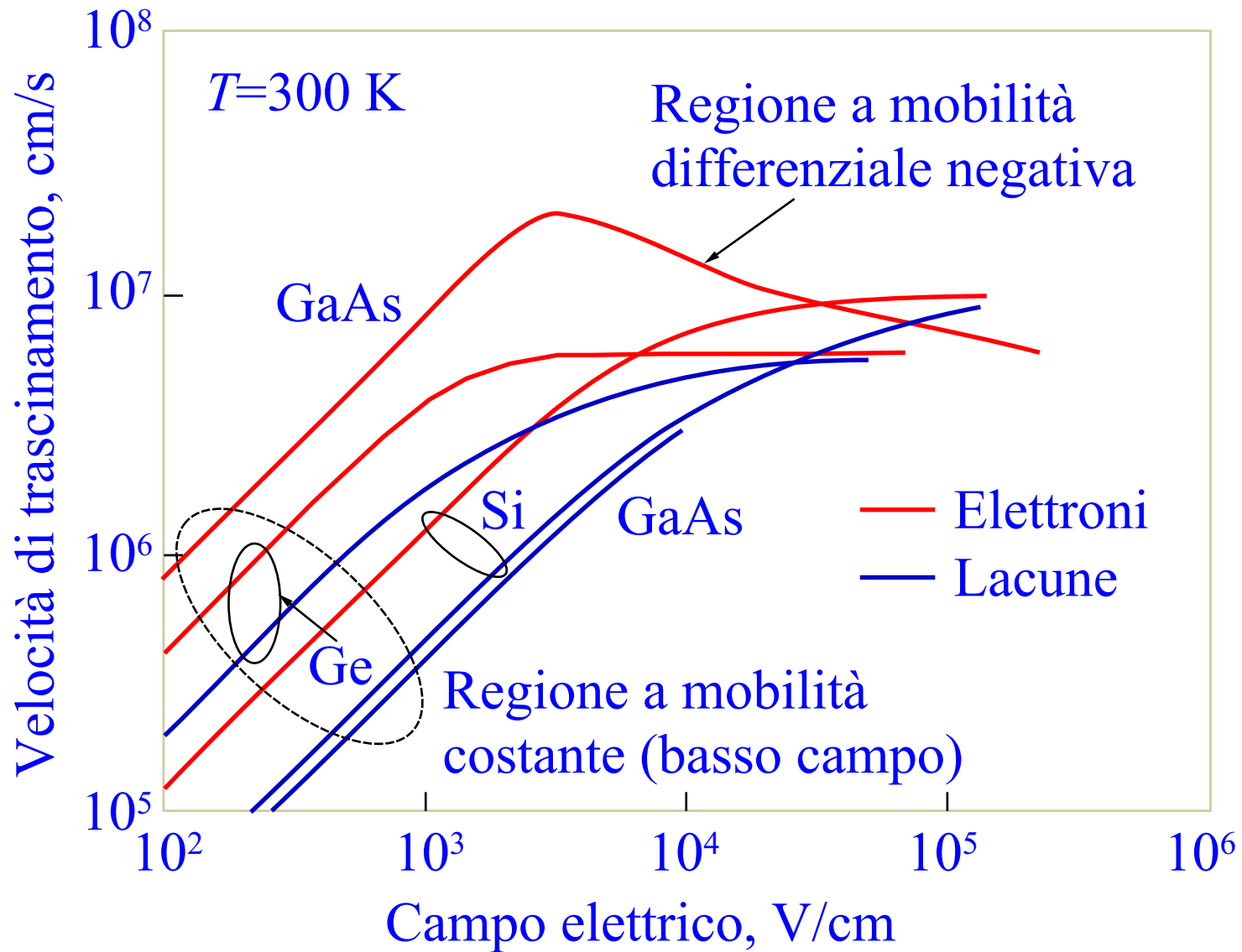
Trasporto di carica

- *Durante il loro moto, le cariche libere **urtano** contro tutte le perturbazioni della periodicità spaziale dell'energia potenziale nella struttura cristallina*
 - ◆ **vibrazioni reticolari** dovute all'energia termica dei singoli atomi (fononi)
 - ◆ **atomi di impurezze** presenti nel reticolo (ovvero, elementi diversi dal semiconduttore)
 - ◆ **imperfezioni reticolari**

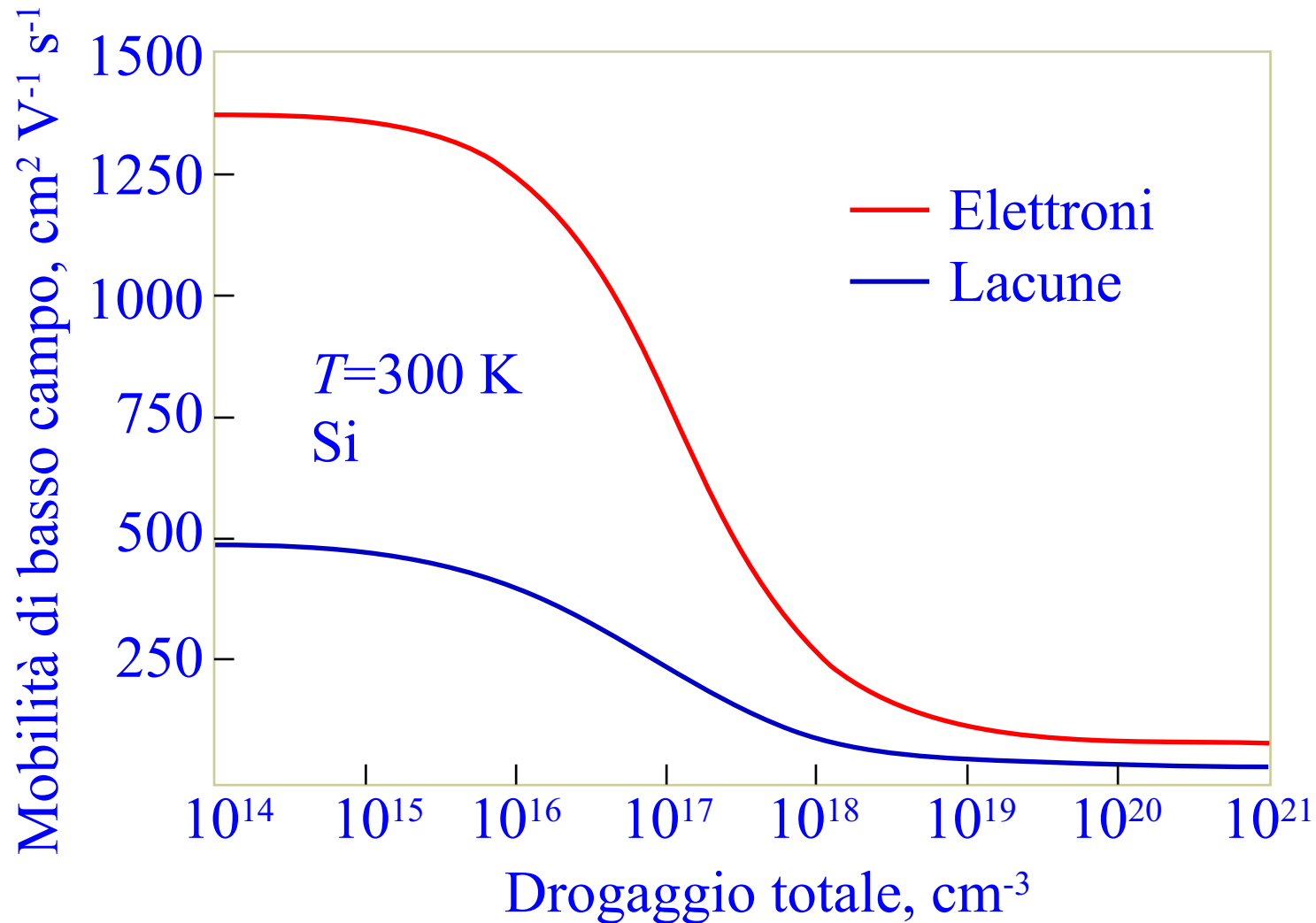
Trasporto di carica

- *La mobilità μ non è costante, a causa degli urti casuali dei portatori liberi; in generale*
 - ◆ μ è costante per campi elettrici molto piccoli: il valore per $\mathcal{E} \rightarrow 0$ viene detto **mobilità di basso campo** μ_0
 - ◆ Per campi molto elevati, v tende ad una costante, la **velocità di saturazione**, tipicamente dell'ordine di 10^7 cm/s
 - ◆ La curva $v(\mathcal{E})$ può essere monotona (Si, Ge) o presentare regioni a **mobilità differenziale** $\mu_d = d|v|/d\mathcal{E}$ **negativa** (semiconduttori composti, solo per gli elettroni)

Curva velocità-campo

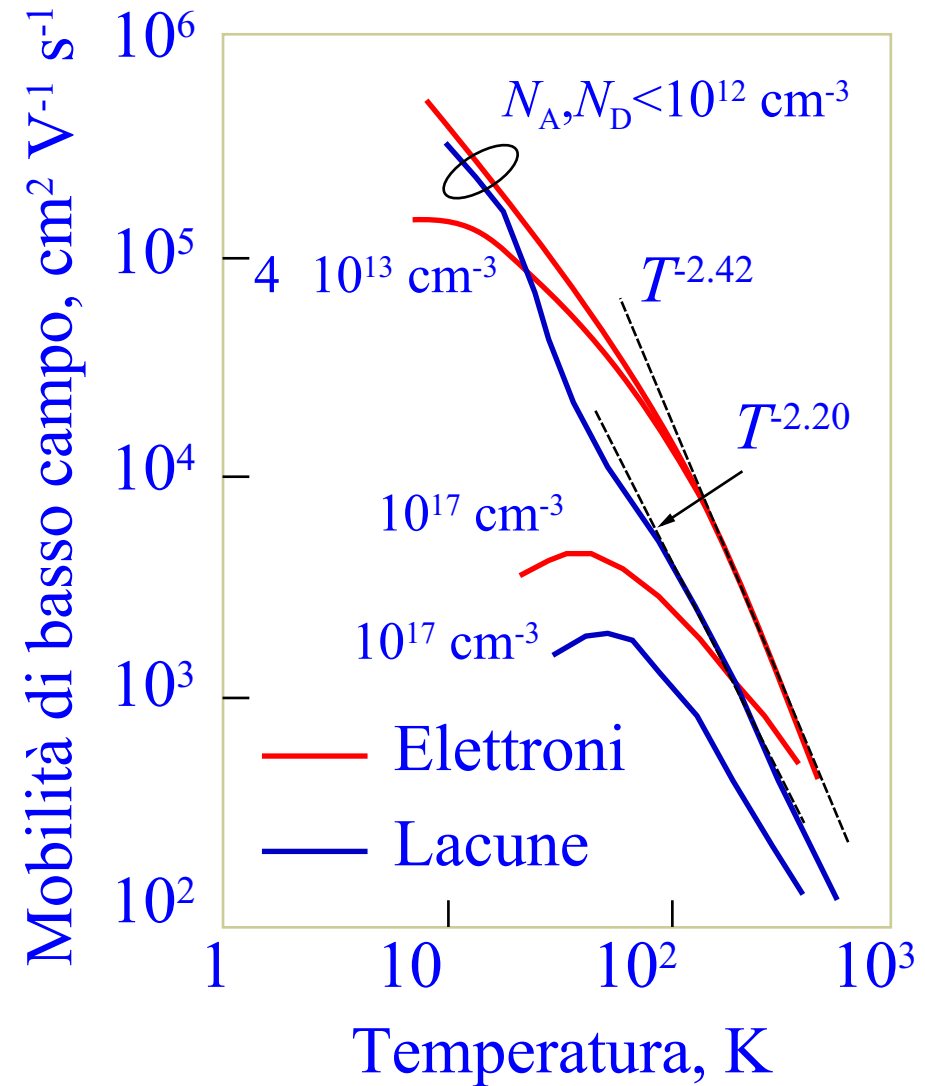


Curva mobilità-drogaggio



Curva mobilità-temperatura

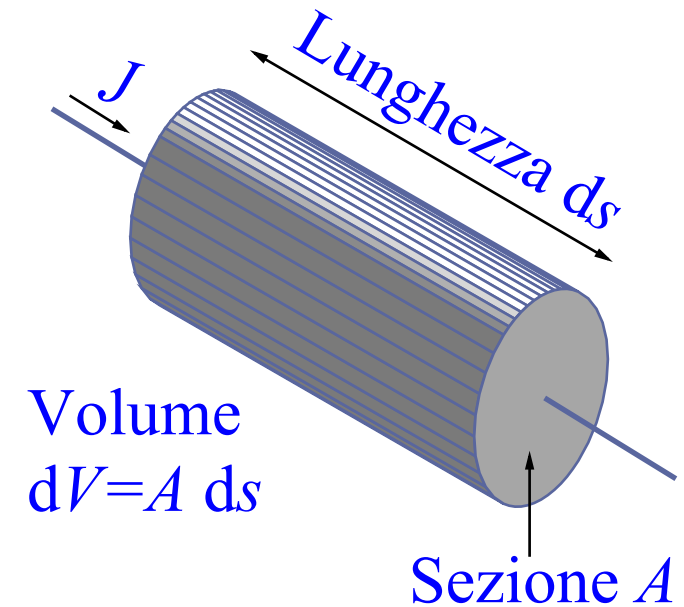
- *Al di sopra della temperatura ambiente (300 K), la mobilità di basso campo diminuisce al crescere di T*



Legge di Ohm microscopica

- Consideriamo un campione drogato n , con $p \approx 0$
- Se si applica un campo elettrico uniforme \mathcal{E} , si ha una corrente I :

$$\begin{aligned} I &= \frac{dQ}{dt} = \frac{dQ}{ds} \frac{ds}{dt} = \frac{dQ}{dV} A v_n \\ &= -qn A v_n = qn A \mu_n \mathcal{E} \end{aligned}$$



Legge di Ohm microscopica

- La **densità di corrente** $J = I/A$ [A/cm^2] vale $J = \sigma \mathcal{E}$, dove σ è la **conducibilità elettrica** dovuta agli elettroni liberi di mobilità μ_n :

$$\sigma = qn\mu_n$$

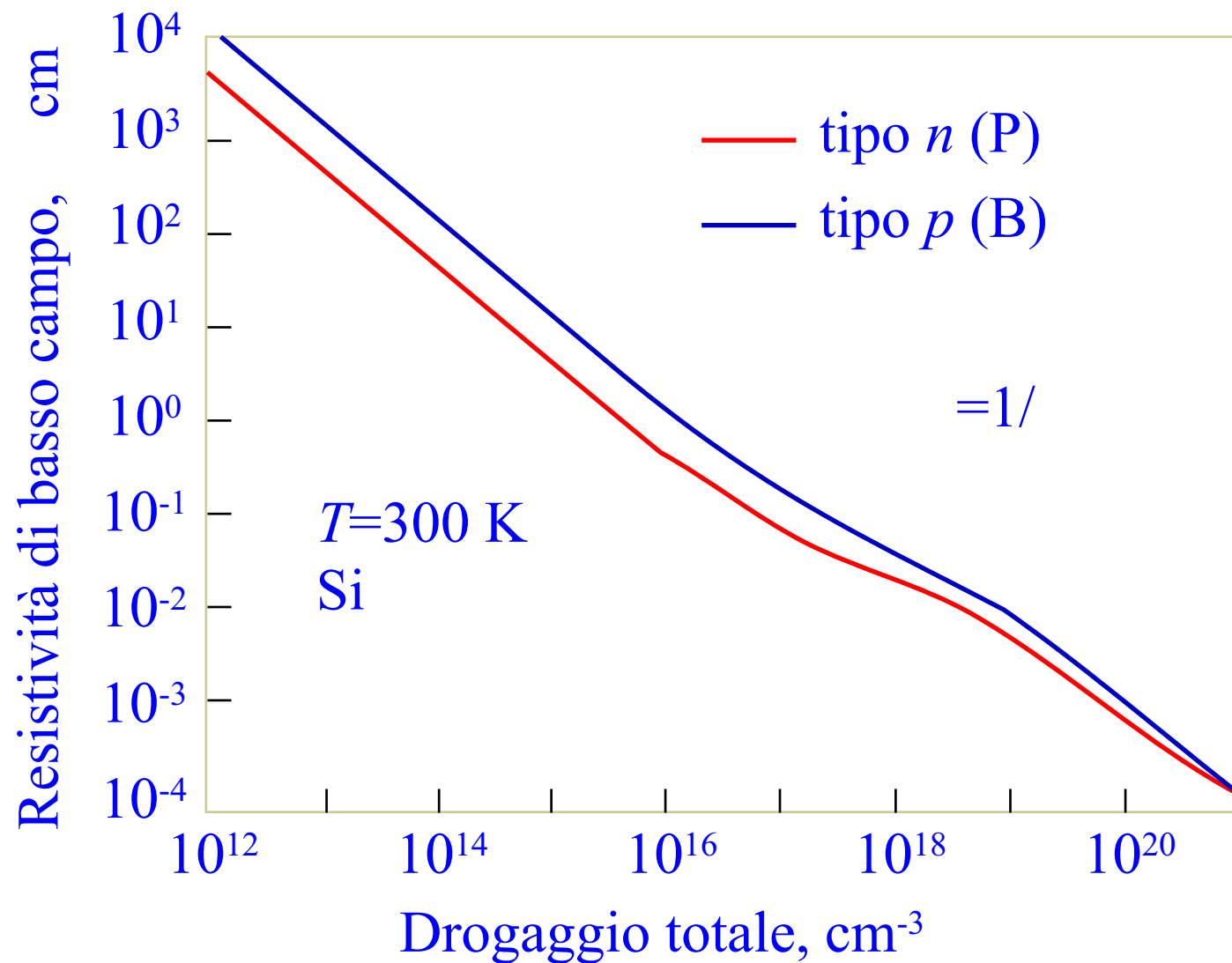
- In un campione in cui vi siano anche p lacune per unità di volume di mobilità μ_p :

$$J = J_{el} + J_{lac} = qn\mu_n\mathcal{E} + qp\mu_p\mathcal{E}$$

e quindi:

$$\sigma = qn\mu_n + qp\mu_p$$

Curva resistività-drogaggio



Semiconduttore fuori equilibrio

- *La condizione di **equilibrio termodinamico** corrisponde all'**assenza di qualunque scambio energetico con l'esterno***
- *Qualunque dispositivo elettronico opera in regime di non equilibrio, dovendo dar luogo a trasformazioni di energia elettrica*
- *Fuori dall'**equilibrio termodinamico**, le concentrazioni differiscono dal valore di equilibrio*

Variazioni di concentrazione

- *Le concentrazioni di portatori sono, in generale, funzione della posizione e del tempo*

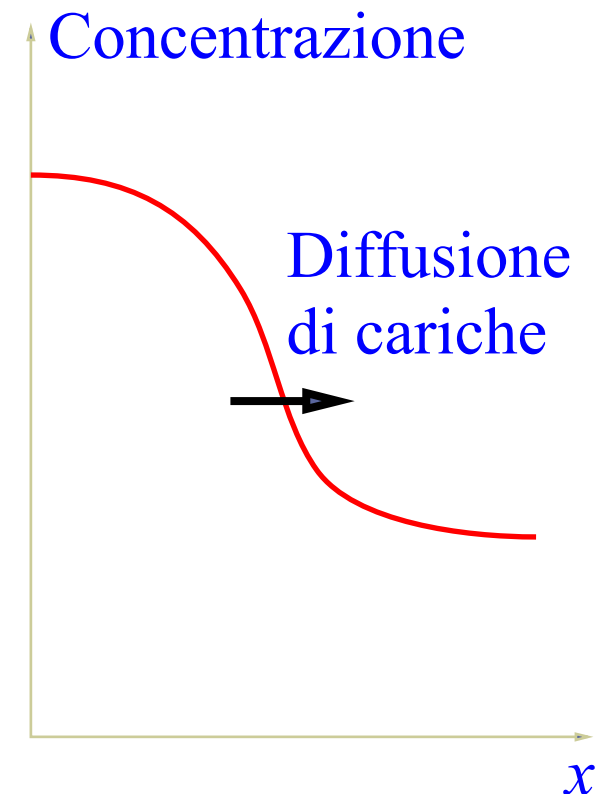
$$n = n(x, t), \quad p = p(x, t) \quad \text{caso 1D}$$

- *Le loro variazioni dipendono da:*

- ◆ moto di cariche per **diffusione**: corrente di diffusione
- ◆ moto di cariche per **trascinamento** (effetto di \mathcal{E}):
corrente di trascinamento
- ◆ **corrente di spostamento dielettrico**: solo in presenza di campi tempo-varianti a frequenze molto elevate
- ◆ fenomeni di **generazione e ricombinazione** (GR)

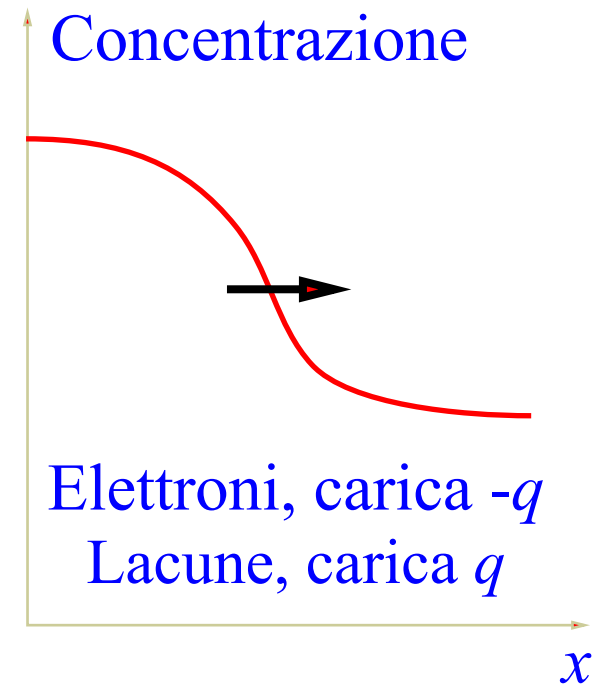
Corrente di diffusione

- *Il fenomeno della diffusione corrisponde alla naturale tendenza dei gas di particelle a rendere uniforme nello spazio la loro concentrazione*
- *L'intensità della diffusione è proporzionale al **gradiente** (derivata prima) della concentrazione, il moto va in direzione opposta*



Corrente di diffusione

■ *Poiché in un semiconduttore le particelle sono cariche, al loro moto per diffusione corrisponde una **densità di corrente***



■ *Elettroni e lacune hanno carica opposta, quindi la diffusione origina correnti di verso opposto*

$$J_{n,\text{diff}} = qD_n \frac{\partial n}{\partial x} \quad J_{p,\text{diff}} = -qD_p \frac{\partial p}{\partial x}$$

Coefficienti di diffusione

- D_n e D_p sono i **coefficienti di diffusione o diffusività** [cm^2/s] di elettroni e lacune
- Vicino all'equilibrio termodinamico vale la **relazione di Einstein**

$$D_n = V_T \mu_n, \quad D_p = V_T \mu_p$$

dove $V_T = k_B T / q$ è l'**equivalente elettrico della temperatura**

$$V_T = 26 \text{ mV a } 300 \text{ K}$$

Corrente di trascinamento

- La corrente di **trascinamento** o **deriva** corrisponde al moto di portatori per effetto di un campo elettrico \mathcal{E}
- Si può usare la legge di Ohm microscopica

$$J_{n,\text{tr}} = qn\mu_n\mathcal{E} \quad J_{p,\text{tr}} = qp\mu_p\mathcal{E}$$

- Trascurando la corrente di spostamento dielettrico, la **corrente totale** vale

$$J = \underbrace{J_{n,\text{diff}} + J_{n,\text{tr}}}_{J_n} + \underbrace{J_{p,\text{diff}} + J_{p,\text{tr}}}_{J_p}$$

Semiconduttore fuori equilibrio

■ *Simbologia:*

- ◆ se tipo n : n_n, p_n ; se tipo p : n_p, p_p
- ◆ in equilibrio termodinamico: $n_{n0}, p_{n0}, n_{p0}, p_{p0}$
- ◆ concentrazione intrinseca: $n_i = p_i$

■ *Si definiscono le **concentrazioni in eccesso**:*

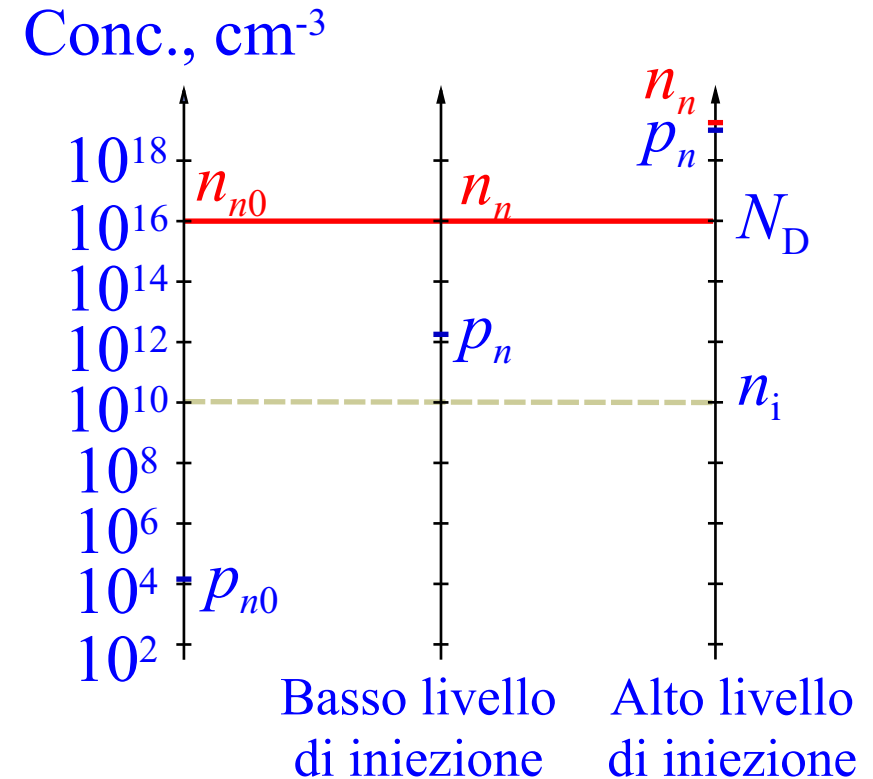
$$\begin{cases} n'_n = n_n - n_{n0} \\ p'_n = p_n - p_{n0} \end{cases} \quad \begin{cases} n'_p = n_p - n_{p0} \\ p'_p = p_p - p_{p0} \end{cases}$$

- *Se $n', p' > 0$ si ha il fenomeno della **iniezione**, se $n', p' < 0$ si ha il fenomeno dello **svuotamento***
- *L'ipotesi di **quasi neutralità** implica $n' \approx p'$*

Livello di iniezione

■ **Campione di Si drogato** n
con $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$

■ **Basso livello di iniezione:**
corrisponde a $n'_n, p'_n \ll N_D$;
solo i portatori minoritari
“sentono” le variazioni di
conc., mentre $n_n \approx N_D$

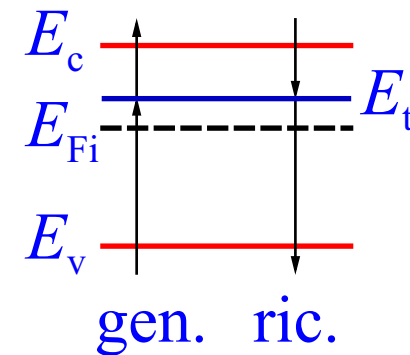
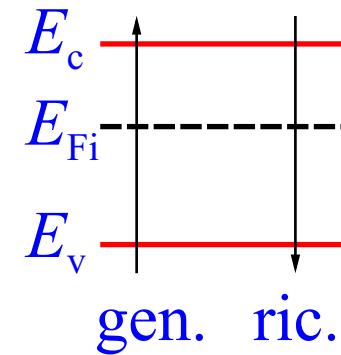


■ **Alto livello di iniezione:** corrisponde a
 $n'_n, p'_n \geq N_D$; entrambi i tipi di portatori
“sentono” le variazioni di concentrazione

Generazione e ricombinazione

■ Sono fenomeni che determinano eventi di **creazione e distruzione** di portatori liberi

- ◆ meccanismi **diretti**: transizioni banda-banda
- ◆ meccanismi **indiretti**: transizioni assistite da centri di ricombinazione



Generazione e ricombinazione

■ *Per caratterizzare i fenomeni di GR si usano:*

- ◆ il **tasso** o **velocità di generazione** G , ovvero il numero di portatori generati per unità di tempo e volume
- ◆ il **tasso** o **velocità di ricombinazione** R , ovvero il numero di portatori ricombinati per unità di tempo e volume

■ *Si definisce il **tasso netto di ricombinazione**:*

$$U_n = R_n - G_n \quad U_p = R_p - G_p$$

■ *In equilibrio termodinamico, deve essere*

$$U_n = U_p = 0$$

Generazione e ricombinazione

■ *Vi sono diverse espressioni per U , a seconda del meccanismo fisico che determina la GR*

■ *In prima approssimazione, si può assumere*

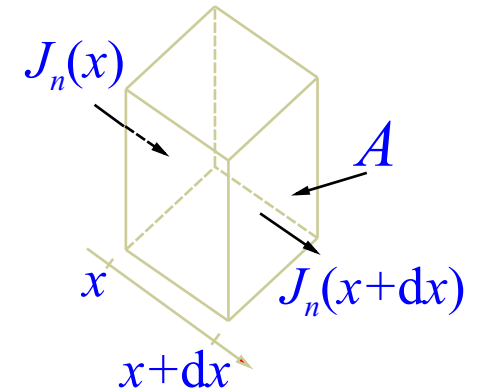
$$U_n \approx \frac{n - n_0}{\tau_n} = \frac{n'}{\tau_n} \quad U_p \approx \frac{p - p_0}{\tau_p} = \frac{p'}{\tau_p}$$

*dove τ_n e τ_p sono detti **tempo di vita medio di elettroni e lacune***

■ *Per questo motivo, si parla di **approssimazione di tempo di vita medio***

Equazione di continuità

- *Si può ricavare una equazione per l'evoluzione nello spazio e nel tempo delle concentrazioni di carica sulla base del **principio di conservazione della carica***



- *Consideriamo degli elettroni che attraversino un volume $dV = Adx$. La variazione nel tempo del numero totale di elettroni nel volume vale:*

$$\frac{\partial n}{\partial t} dV = \frac{\partial n}{\partial t} Adx$$

Equazione di continuità

■ *Tale variazione è dovuta a 4 contributi:*

(a) gli elettroni che **entrano nel volume** per unità di tempo

(b) gli elettroni che **escono dal volume** per unità di tempo

(c) gli elettroni **generati nel volume** per unità di tempo

(d) gli elettroni **ricombinati nel volume** per unità di tempo

pertanto, essendo gli elettroni cariche negative:

$$\frac{\partial n}{\partial t} A dx = \underbrace{\frac{J_n(x)}{-q} A}_{(a)} - \underbrace{\frac{J_n(x + dx)}{-q} A}_{(b)} + \underbrace{G_n A dx}_{(c)} - \underbrace{R_n A dx}_{(d)}$$

Equazione di continuità

■ Usando lo sviluppo

$$J_n(x + dx) \approx J_n(x) + \frac{\partial J_n}{\partial x} dx$$

e facendo tendere dx a zero, si ottiene

l'equazione di continuità per gli elettroni

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q} \frac{\partial J_n}{\partial x} - U_n$$

■ Analogamente, si ottiene ***l'equazione di continuità per le lacune***

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{q} \frac{\partial J_p}{\partial x} - U_p$$

Equazione di continuità

- *Nell'approssimazione di tempo di vita:*

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{1}{q} \frac{\partial J_n}{\partial x} - \frac{n - n_0}{\tau_n}$$
$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{q} \frac{\partial J_p}{\partial x} - \frac{p - p_0}{\tau_p}$$

- *Per le densità di corrente, si usa il modello a **deriva-diffusione** (drift-diffusion):*

$$J_n = q\mu_n n \mathcal{E} + qD_n \frac{\partial n}{\partial x}$$
$$J_p = q\mu_p p \mathcal{E} - qD_p \frac{\partial p}{\partial x}$$

Equazione di Poisson

- Nelle equazioni di continuità compaiono, come incognite, n , p ed \mathcal{E}
- Occorre una terza equazione per chiudere il modello, l'**equazione di Poisson**:

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} = \frac{\rho}{\epsilon}, \quad \mathcal{E} = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}$$

essendo ϵ la costante dielettrica del materiale [F/cm], mentre ρ [C cm⁻³] è la **densità di carica netta positiva**:

$$\rho = q (p - n + N_D^+ - N_A^-)$$

Modello matematico

- *Le due equazioni di continuità e l'equazione di Poisson costituiscono il **modello matematico dei semiconduttori** (caso 1D)*

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q} \frac{\partial J_n}{\partial x} - U_n \quad J_n = q\mu_n n \mathcal{E} + qD_n \frac{\partial n}{\partial x}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{q} \frac{\partial J_p}{\partial x} - U_p \quad J_p = q\mu_p p \mathcal{E} - qD_p \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = -\frac{\rho}{\epsilon} \quad \rho = q(p - n + N_D^+ - N_A^-)$$

essendo $\mathcal{E} = -\partial\varphi/\partial x$

Modello matematico

- *Una analisi semplificata dei dispositivi elettronici richiede di approssimare le equazioni del modello matematico allo scopo di arrivare ad una soluzione analitica*
 - ◆ la **mobilità** di elettroni e lacune è assunta costante e pari al valore di basso campo
 - ◆ la **diffusività** viene valutata sulla base della relazione di Einstein ($D = V_T \mu$)
 - ◆ i fenomeni di **generazione e ricombinazione** sono trattati nell'approssimazione di tempo di vita
 - ◆ la **ionizzazione degli atomi droganti** è completa

Modello matematico

■ *Le equazioni semplificate sono*

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \mu_n \frac{\partial(n\mathcal{E})}{\partial x} + D_n \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} - \frac{n - n_0}{\tau_n}$$
$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\mu_p \frac{\partial(p\mathcal{E})}{\partial x} + D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{p - p_0}{\tau_p}$$
$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = -\frac{q}{\epsilon} (p - n + N_D - N_A)$$

con $\mathcal{E} = -\partial\varphi/\partial x$

Regioni neutre

- Una regione di semiconduttore si dice **quasi-neutra** se in essa si può assumere $\rho = 0$
- In molti casi pratici, alla quasi-neutralità si associa anche $\mathcal{E} = 0$, e quindi $J_{tr} = 0$
- In questo caso, il modello matematico diviene

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D_n \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} - \frac{n - n_0}{\tau_n}$$
$$\frac{\partial p}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{p - p_0}{\tau_p}$$

Regioni neutre

- *Si noti che un campione omogeneo in equilibrio termodinamico è sempre neutro, per cui*

$$p_0 - n_0 = N_A - N_D$$

- *Fuori equilibrio l'ipotesi di quasi-neutralità corrisponde alla condizione*

$$\rho = p_0 + p' - n_0 - n' + N_D - N_A = 0$$

e quindi

$$n' = p'$$

Regime stazionario

- *Il regime stazionario corrisponde ad una soluzione del modello matematico **costante nel tempo** ($\partial/\partial t \rightarrow 0$)*

$$0 = \mu_n \frac{d(n\mathcal{E})}{dx} + D_n \frac{d^2 n}{dx^2} - \frac{n - n_0}{\tau_n}$$

$$0 = -\mu_p \frac{d(p\mathcal{E})}{dx} + D_p \frac{d^2 p}{dx^2} - \frac{p - p_0}{\tau_p}$$

$$\frac{d^2 \varphi}{dx^2} = -\frac{q}{\epsilon} (p - n + N_D - N_A)$$