Dispositivi Elettronici

Proprietà elettriche dei materiali

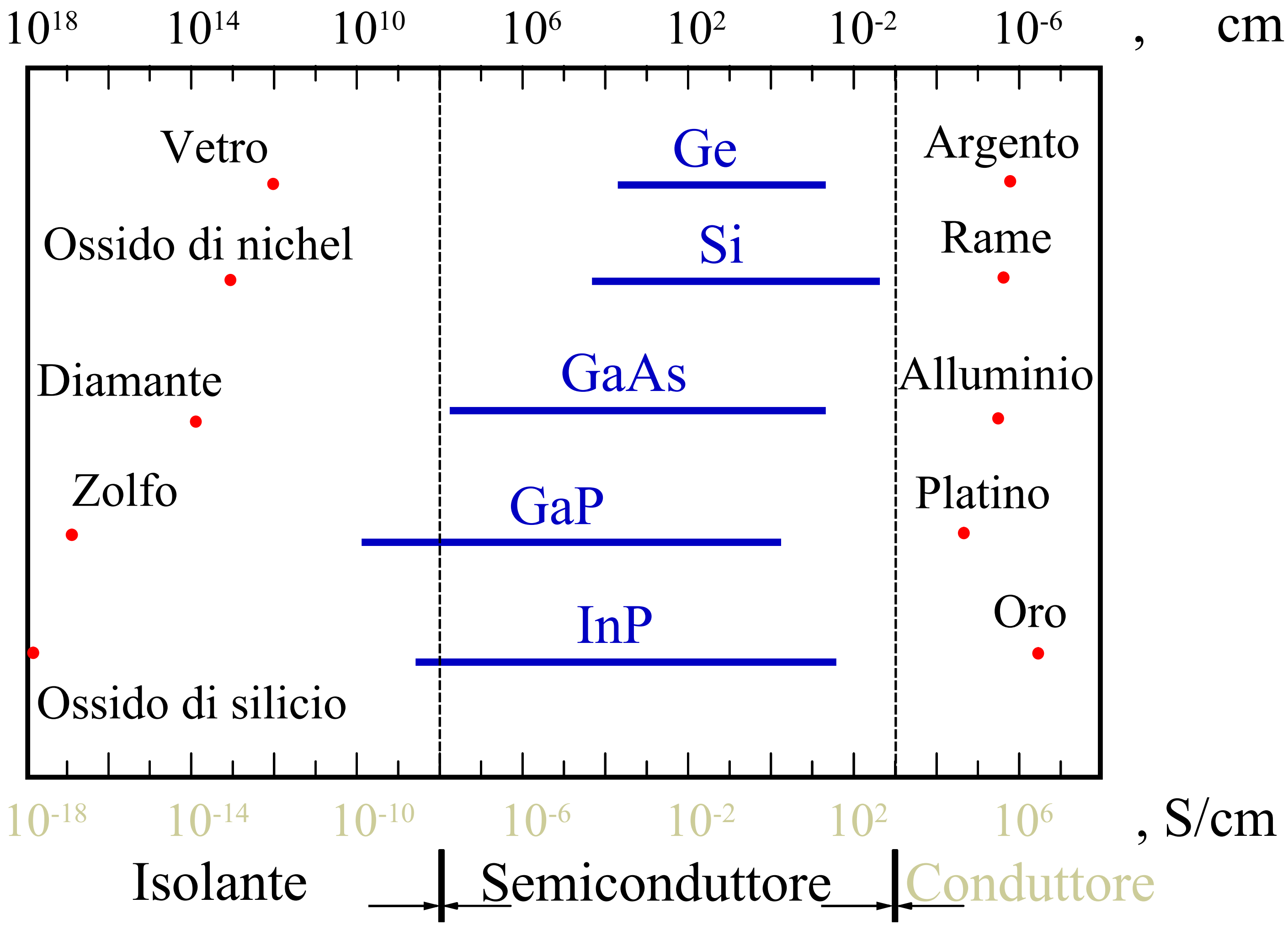
Proprietà elettriche

- ***I materiali vengono classificati in:***
  - isolanti o dielettrici (quarzo o SiO_2, ceramiche, materiali polimerici)
  - conduttori (metalli)
  - semiconduttori
    - **elementari: silicio (Si), germanio (Ge)**
    - **composti: arseniuro di gallio (GaAs), fosfuro di indio (InP), carburo di silicio (SiC), tellururo di cadmio (CdTe)**
- ***I parametri che li caratterizzano sono:***

conducibilità elettrica σ ***[S/cm]***

resistività elettrica $\rho = 1/\sigma$ ***[Ω cm]***

Esempi di materiali



Proprietà elettriche: modello

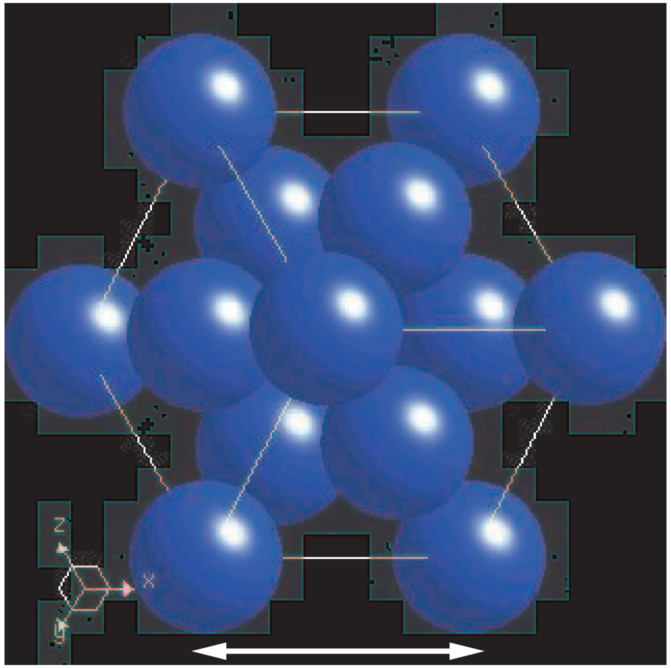
- ***È possibile studiare le proprietà elettriche sulla base di un modello semiclassico:***
  - la conduzione elettrica corrisponde al moto di cariche libere nel materiale accelerate dalla presenza di campi elettrici esterni
    - **metalli: la conduzione avviene solo per moto di elettroni**
    - **semiconduttori: la conduzione avviene per moto di elettroni e di lacune**

NB: un elettrone ha una carica elettrica negativa di valore $-q$, una lacuna ha una carica elettrica positiva pari a q ($q = 1.6 \times 10^{-19}$ C)

Proprietà elettriche: modello

- i materiali sono caratterizzati da uno stato solido ordinato: gli atomi si dispongono in una struttura cristallina regolare e periodica nello spazio
- la meccanica quantistica consente di descrivere in modo efficace il comportamento degli elettroni nel cristallo sviluppando la teoria delle bande di energie permesse
- le cariche libere di muoversi all'interno delle bande vengono descritte tramite le leggi della dinamica, sostituendo alla massa dell'elettrone la massa efficace m^* che tiene conto dell'effetto sul moto delle particelle libere determinato dall'energia potenziale dovuta ai nuclei degli atomi nella struttura cristallina

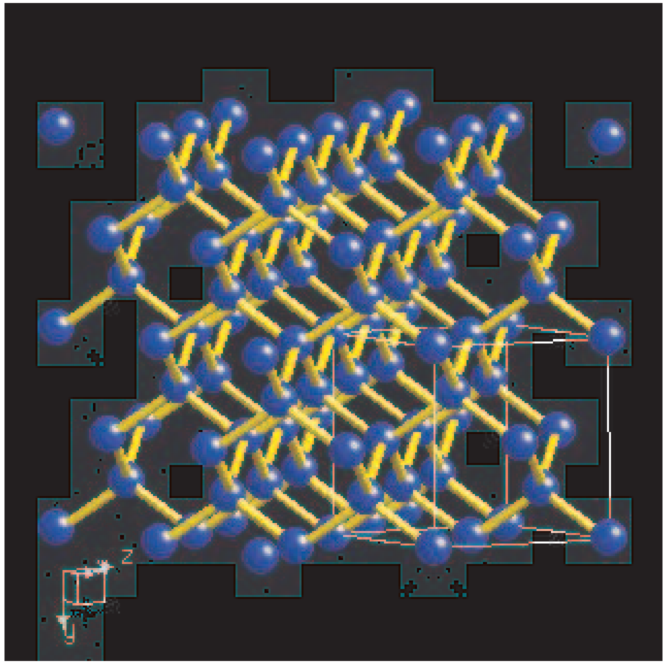
Struttura cristallina



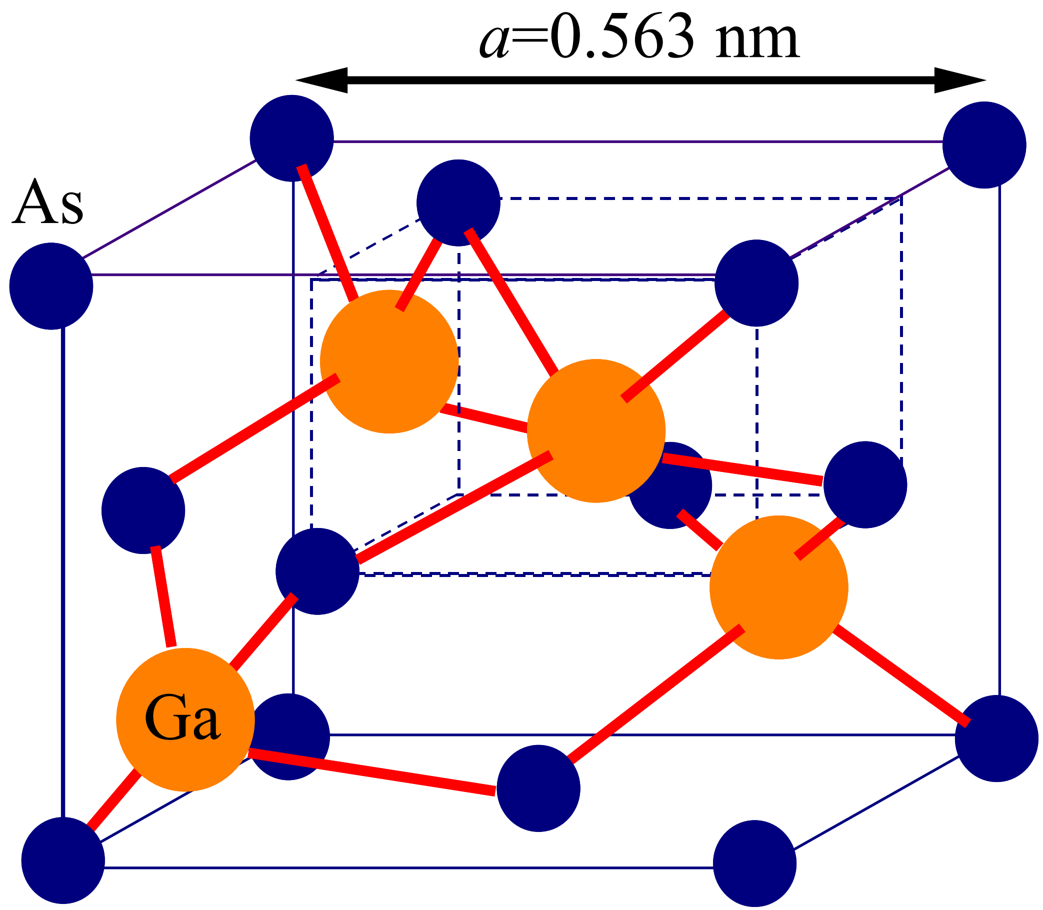
Cella elementare per il Si e il Ge ottenuta a partire da una struttura cubica a facce centrate

passo reticolare: 0.543 nm

La cella elementare viene ripetuta nello spazio per costruire una struttura regolare

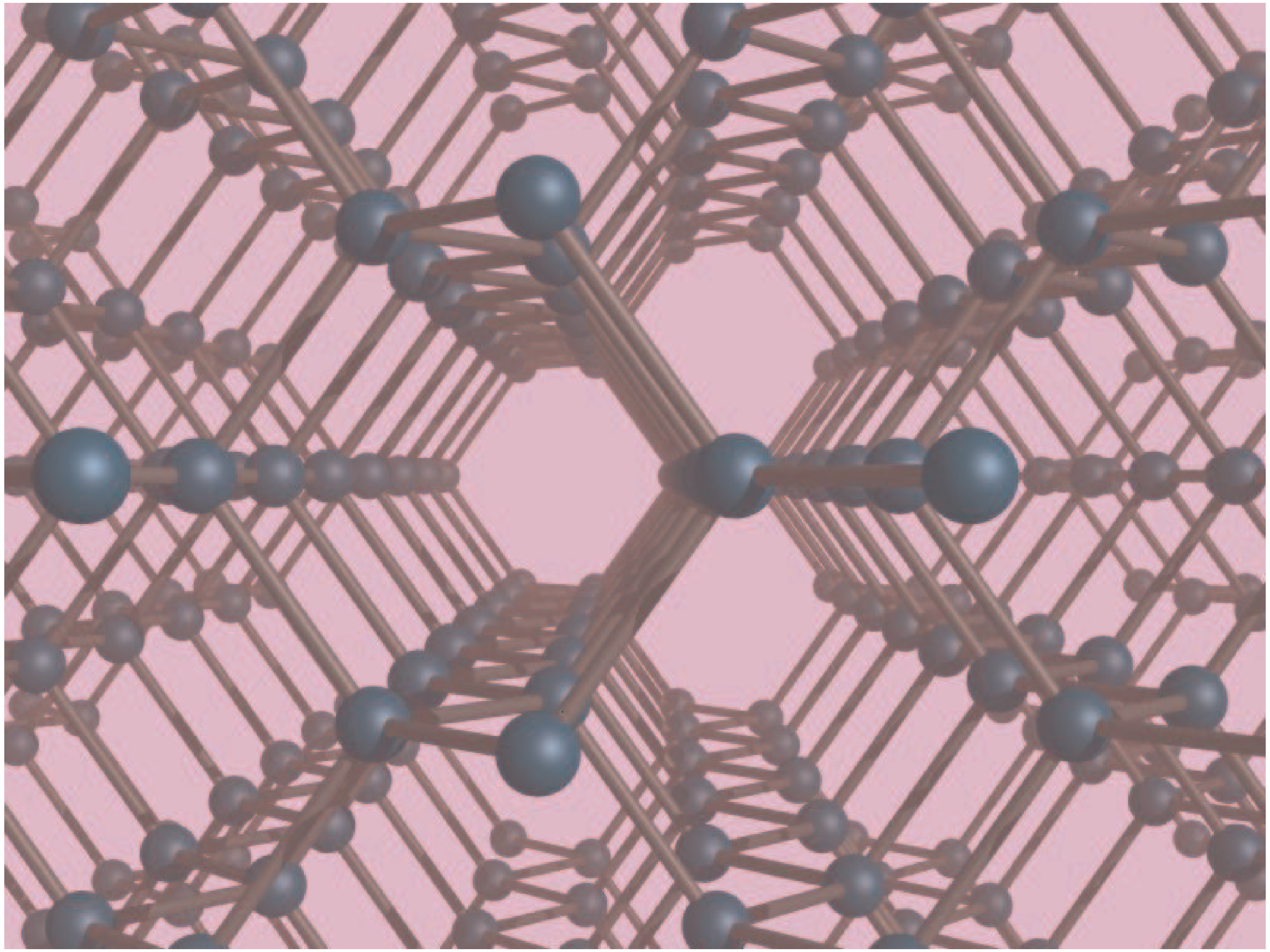


Struttura cristallina



La cella elementare dei principali semiconduttori composti (come il GaAs) ha la stessa forma geometrica dei semiconduttori elementari, salvo la presenza di atomi diversi: struttura della zincoblenda

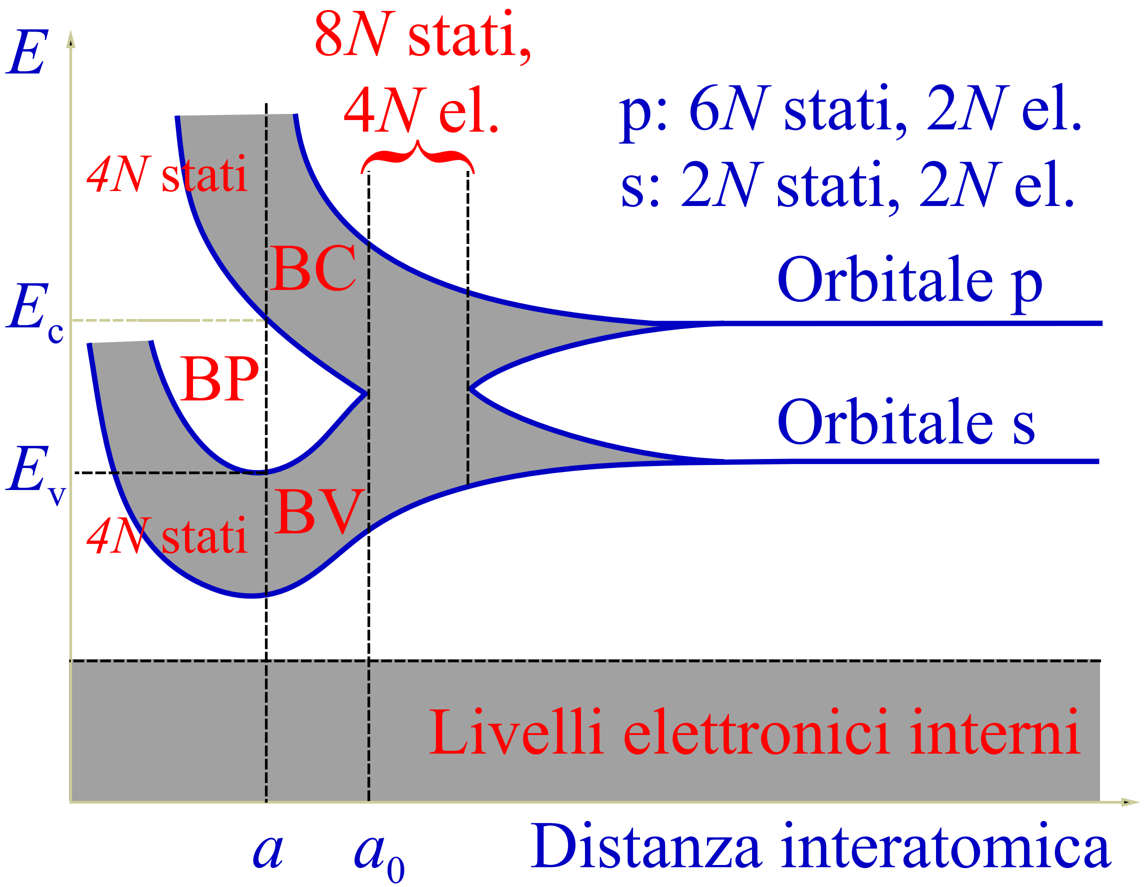
Struttura cristallina



Nel cristallo vi sono direzioni preferenziali
che possono diventare importanti nella fase
di impiantazione ionica (channeling)

I semiconduttori

- N **_atomi del IV gruppo (C, Si, Ge, Sn)_**
- **_Se la distanza interatomica si riduce, i livelli energetici esterni interagiscono_**



BC: banda di conduzione;

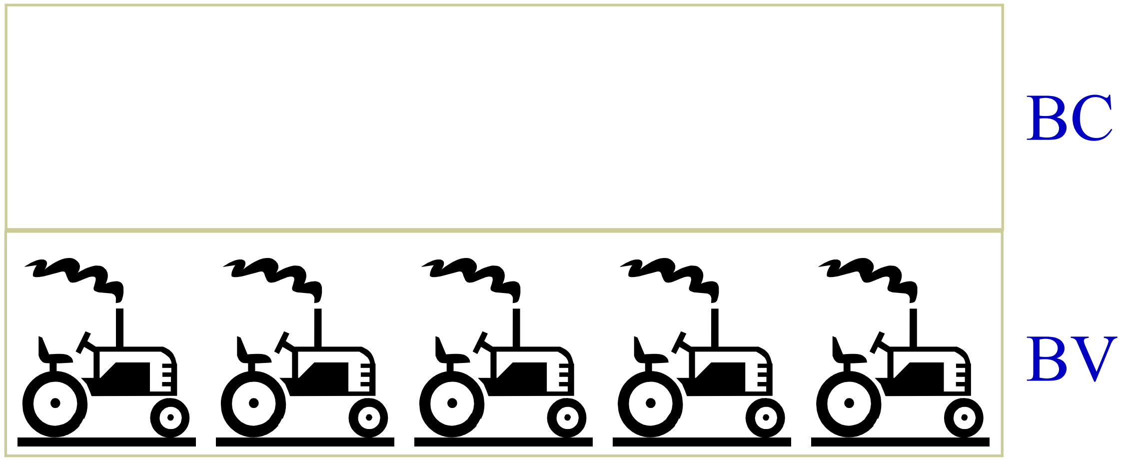
BP: banda proibita (energy gap);

BV: banda di valenza

Modello di Shockley

- ***Per $a < a_0$, a $T = 0$ K tutti gli elettroni più esterni occupano completamente la BV***
- ***La BC è completamente vuota***
- ***La conduzione elettrica non è possibile anche in presenza di un campo elettrico***

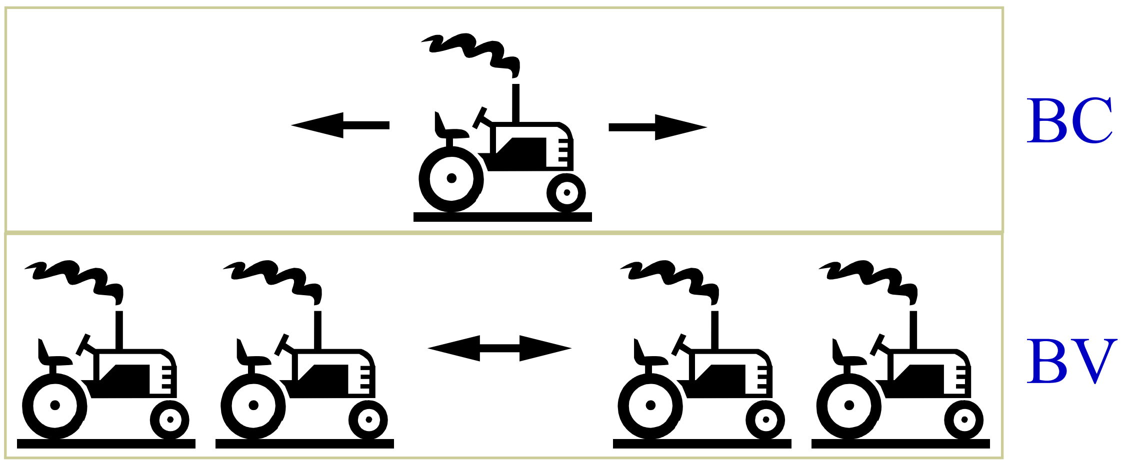
Modello dell'autorimessa



Modello di Shockley

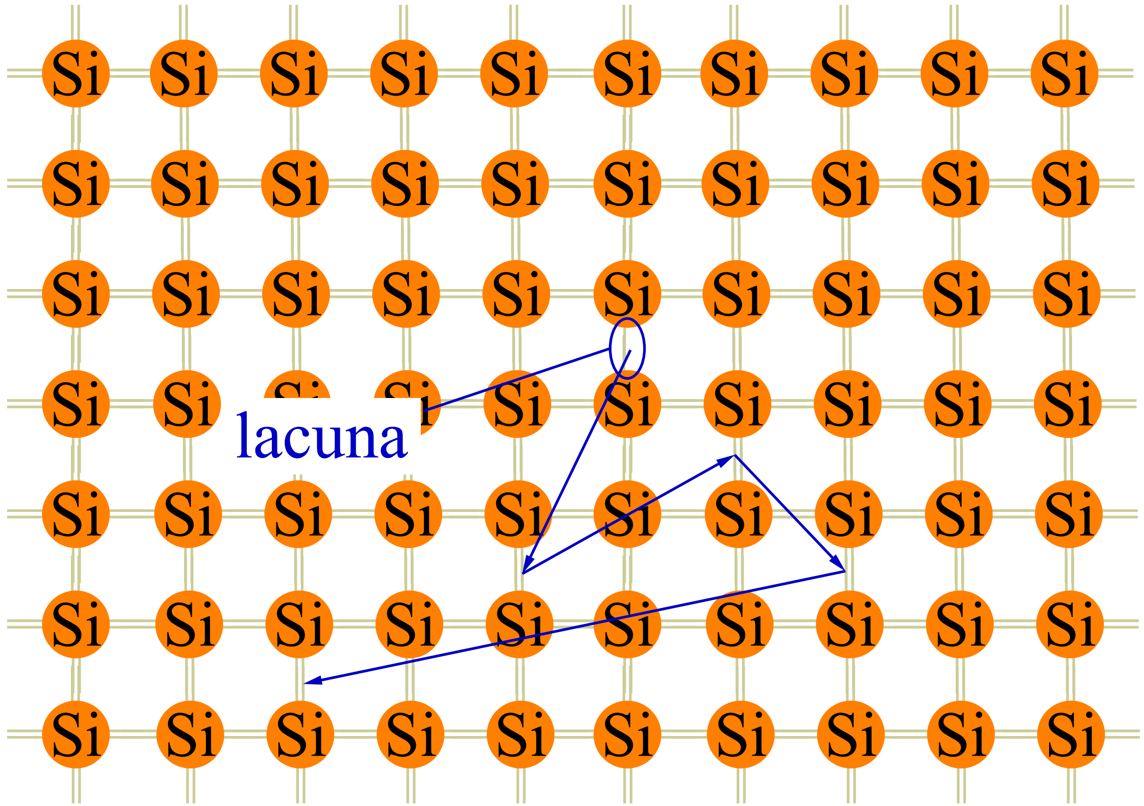
- ***A $T \neq 0$ K, alcuni elettroni saltano nella BC***
- ***BC è in parte occupata, BV è in parte vuota***
- ***La conduzione elettrica è possibile in presenza di un campo elettrico***
  - BC: moto di elettroni
  - BV: moto di posti lasciati liberi da elettroni, ovvero moto di cariche positive (lacune, carica q)

Modello dell'autorimessa



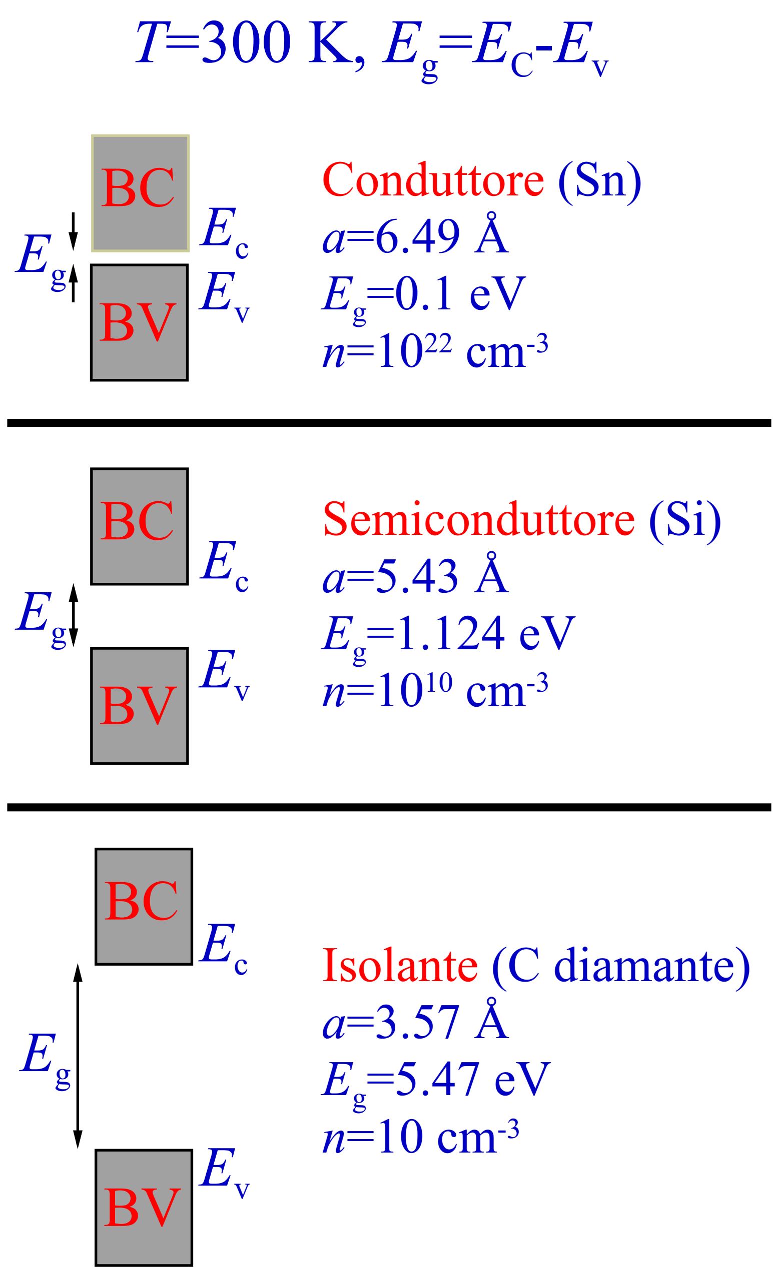
Lacune

- *Una lacuna corrisponde ad una rottura di un legame covalente nel cristallo*
- *Il moto di lacune corrisponde allo spostamento del legame covalente rotto da un atomo all'altro*



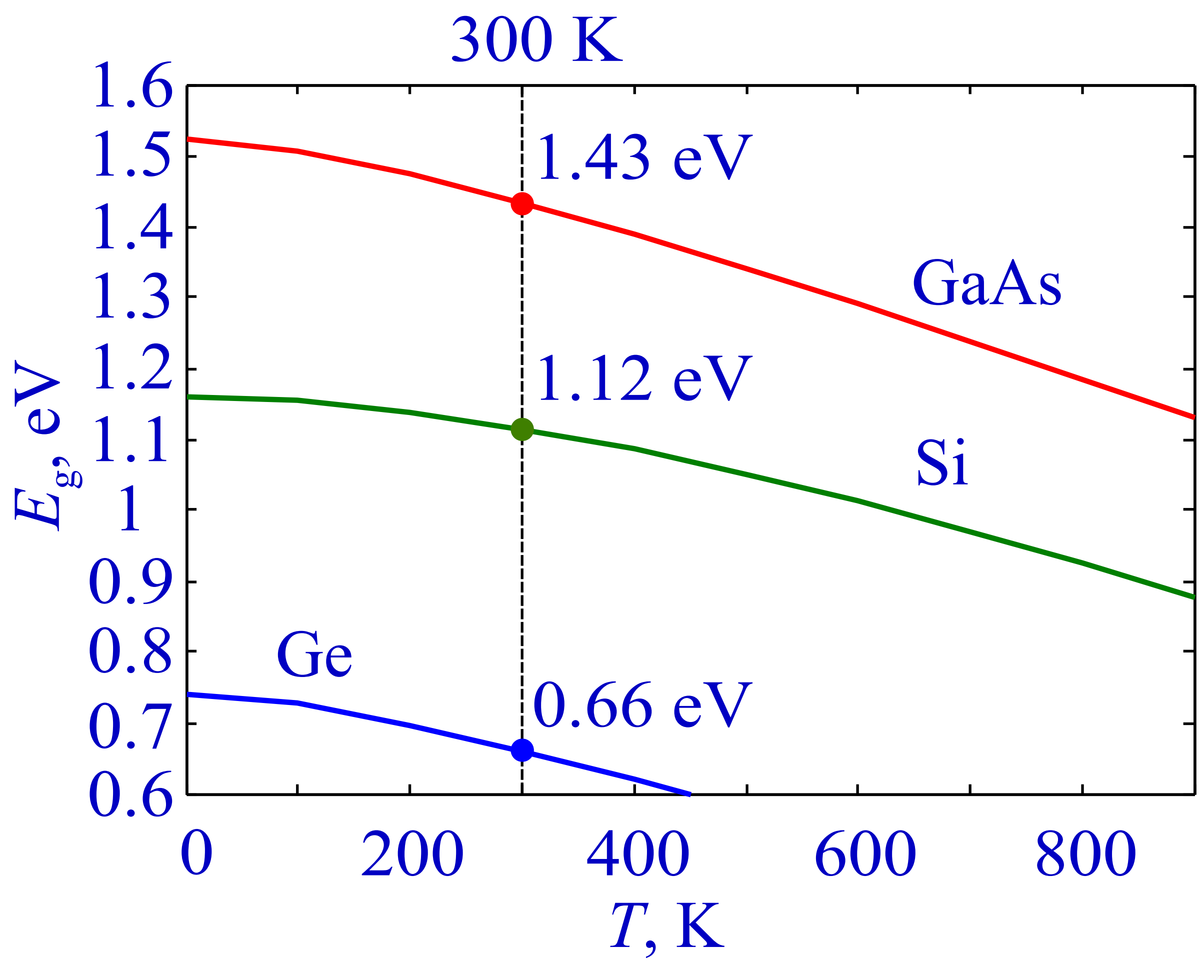
Struttura a bande

- ***Il salto da BV a BC è ostacolato dalla presenza della banda proibita (BP)***
- ***La transizione sarà tanto più favorita quanto più l'ampiezza*** E_g ***della BP è ridotta***



Dipendenza dalla temperatura

- *E_g **è una funzione decrescente della temperatura***
- ***Al crescere della temperatura, aumenta il numero di portatori liberi, e quindi aumenta la conducibilità elettrica***



Densità di portatori liberi

- ***Per calcolare il numero di portatori liberi disponibili alla conduzione, si usa la funzione di distribuzione in energia*** $\rho(E)$
- ***Si def.*** $\mathrm{d}n = \rho_n(E)\mathrm{d}E$ ***(***$\mathrm{d}p = \rho_p(E)\mathrm{d}E$***) come:***

  numero di elettroni (lacune) liberi per unità di volume con energia compresa tra E ***ed*** $E+\mathrm{d}E$
- ***Il numero totale di elettroni (lacune) liberi nella BC (BV) è dato da***

$$n = \int_{E_\mathrm{c}}^{+\infty} \rho_n(E)\,\mathrm{d}E \qquad p = \int_{-\infty}^{E_\mathrm{v}} \rho_p(E)\,\mathrm{d}E$$

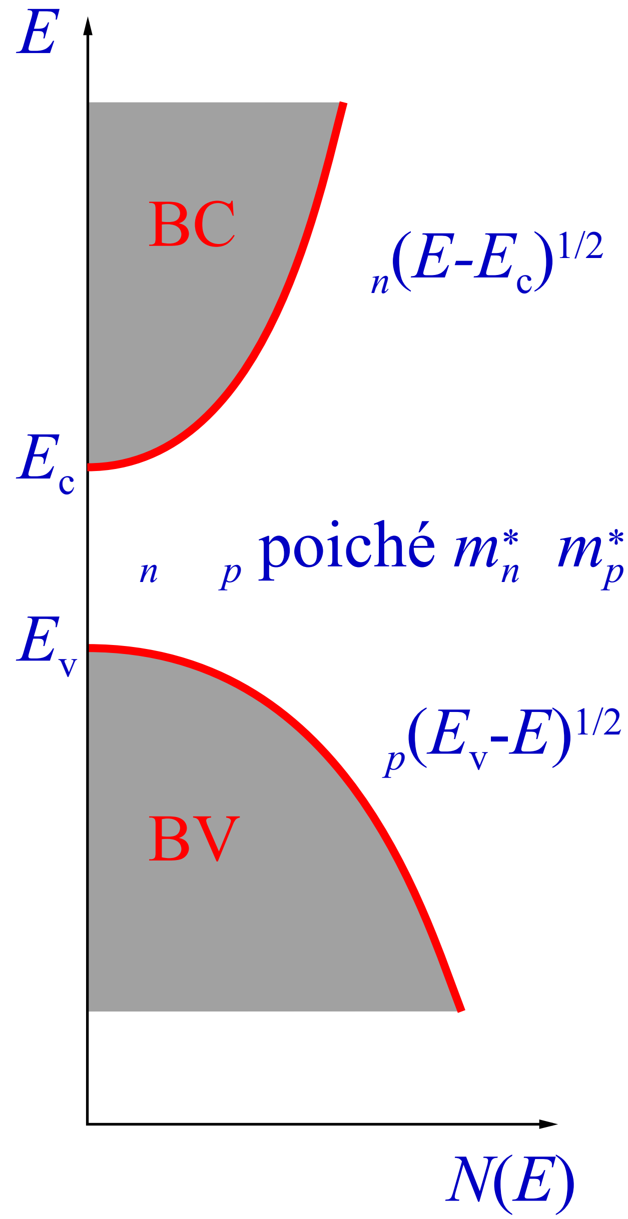
Densità di portatori liberi

- ***La funzione di distribuzione può essere calcolata come il prodotto di due fattori:***
  - numero di stati disponibili per unità di energia e volume: $N_n(E)$, $N_p(E)$
  - probabilità che ogni stato sia occupato: $f_n(E)$, $f_p(E)$

$$\rho_n(E) = N_n(E) f_n(E) \qquad \rho_p(E) = N_p(E) f_p(E)$$

Densità degli stati disponibili

- ***L’asse delle energie si riferisce convenzionalmente solo agli elettroni***
- ***Le lacune sono cariche positive, quindi l’energia potenziale cui sono sottoposte ha segno opposto***
- ***L’asse delle energie per le lacune avrebbe verso opposto***
- ***Le due curve hanno concavità diversa perché*** $m_n^* \neq m_p^*$



Funzione di occupazione

- ***Una lacuna corrisponde ad uno stato non occupato da un elettrone***
- ***Probabilità di occupazione dei posti disponibili in equilibrio termodinamico:***
  - elettroni: $f_n(E) = f(E)$
  - lacune: $f_p(E) = 1 - f(E)$
- $f(E)$ ***è la funzione di Fermi Dirac***

$$f(E) = \left[1 + \exp\left(\frac{E - E_{\mathrm{F}}}{k_{\mathrm{B}}T}\right)\right]^{-1}$$

Funzione di Fermi-Dirac

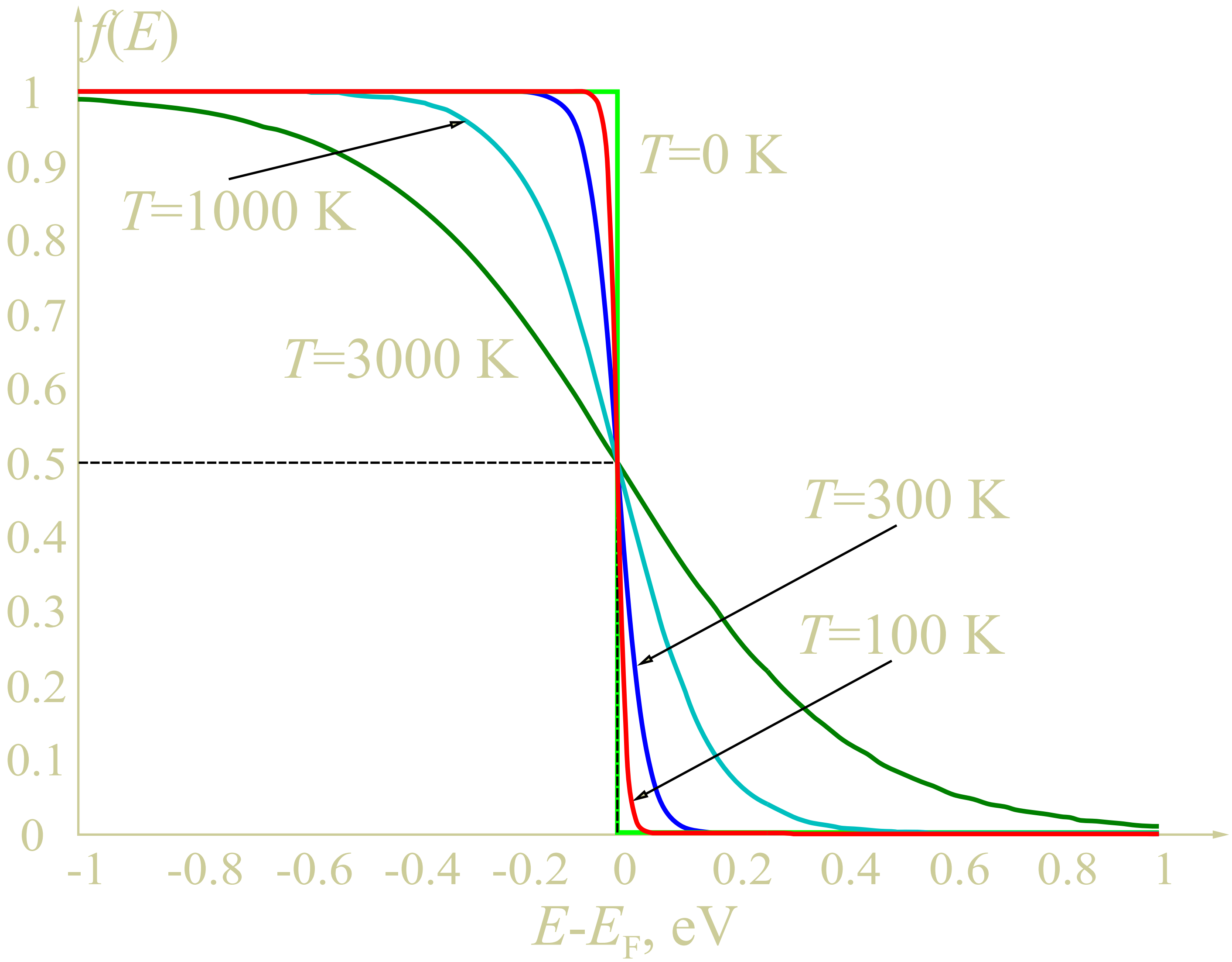
- ***La probabilità di occupazione di uno stato è data, per degli elettroni in equilibrio termodinamico, dalla statistica di Fermi-Dirac:***

$$f(E) = \left[1 + \exp\left(\frac{E - E_{\mathrm{F}}}{k_{\mathrm{B}} T}\right)\right]^{-1}$$

  - T **è la temperatura**
  - $k_{\mathrm{B}} = 8.62 \times 10^{-5}$ **eV/K** $= 1.3807 \times 10^{-23}$ **J/K è la costante di Boltzmann (per** $T = 300$ **K,** $k_{\mathrm{B}} T \approx 26$ **meV)**
  - E_{F} **è il livello di Fermi del gas di elettroni, ovvero:**

energia alla quale la probabilità di occupazione vale 1/2, qualunque sia T

Funzione di Fermi Dirac



Densità di portatori liberi

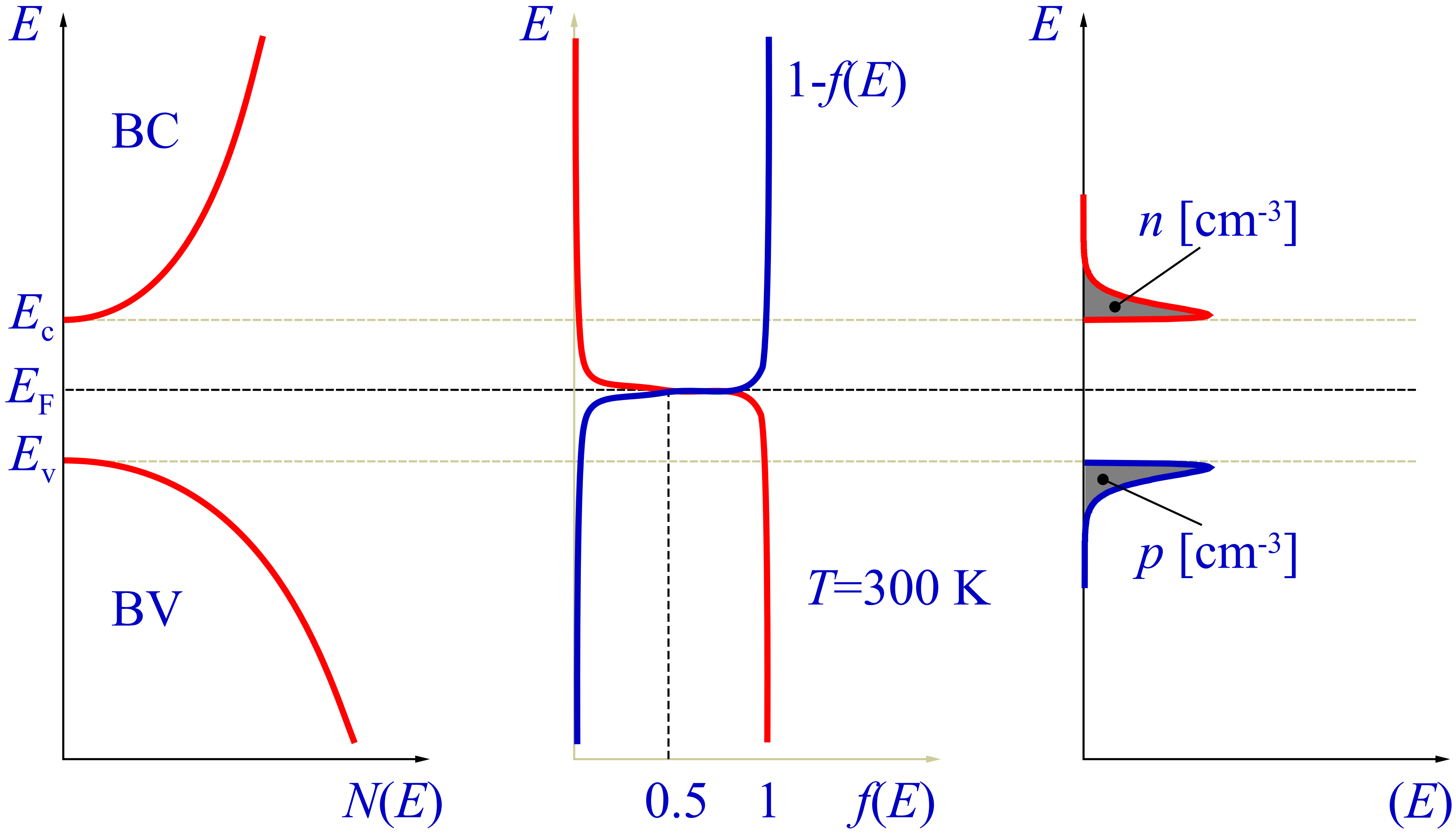
- ***Le concentrazioni di elettroni** n **e lacune** p **si valutano integrando le funzioni di distribuzione su BC e BV:***

$$n = \int_{E_\mathrm{c}}^{+\infty} \gamma_n \sqrt{E - E_\mathrm{c}}\, f(E)\, \mathrm{d}E$$

$$p = \int_{-\infty}^{E_\mathrm{v}} \gamma_p \sqrt{E_\mathrm{v} - E}\, [1 - f(E)]\, \mathrm{d}E$$

- ***Si hanno due relazioni** $n = n(E_\mathrm{F})$ **e** $p = p(E_\mathrm{F})$**, non sufficienti a calcolare** n **e** p*

Densità di portatori liberi



Solo in equilibrio termodinamico

Statistica di Boltzmann

- ***Se $E \gg E_\mathrm{F}$, a denominatore di $f(E)$ si ha***

$$\exp\left(\frac{E - E_\mathrm{F}}{k_\mathrm{B}T}\right) \gg 1$$

e quindi

$$f(E) \approx K \exp\left(-\frac{E}{k_\mathrm{B}T}\right) \qquad K = \mathrm{cost}$$

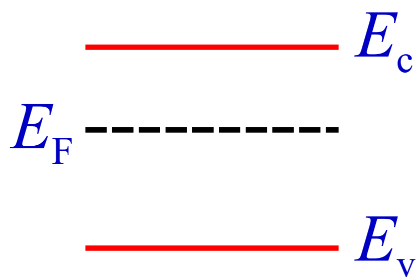
- ***La probabilità di occupazione esponenziale è quella che vale per un gas di particelle classiche non interagenti: statistica di Boltzmann***

Densità di portatori liberi

- ***Se vale l'approssimazione di Boltzmann (semiconduttore non degenere):***

$$n \approx N_\mathrm{c} \exp\left(-\frac{E_\mathrm{c} - E_\mathrm{F}}{k_\mathrm{B} T}\right)$$

$$p \approx N_\mathrm{v} \exp\left(-\frac{E_\mathrm{F} - E_\mathrm{v}}{k_\mathrm{B} T}\right)$$



- $N_{\{\mathrm{c,v}\}} \propto (T m^*_{\{n,p\}})^{3/2}$ ***[cm^{-3}] sono le densità efficaci degli stati in BC e BV***
- ***Si esprimono in forma chiusa le due relazioni tra n, p e E_F***

Generazione e ricombinazione

- ***In un semiconduttore puro, o intrinseco, il numero di elettroni e lacune libere risulta dall'equilibrio tra due fenomeni:***
  - generazione di coppie elettrone-lacuna, che richiede un assorbimento di energia (e, in generale, quantità di moto) da parte degli elettroni di legame nella BV
    - **generazione termica, dipendente dalla temperatura**
    - **generazione ottica, dovuta a fotoni di energia $E > E_\mathrm{g}$**
    - **generazione per urto, dovuta a portatori ad alta energia**
  - ricombinazione di coppie elettrone-lacuna, determinata dalla ricomposizione casuale di un legame covalente

Generazione e ricombinazione

- ***In un semiconduttore intrinseco, la generazione e la ricombinazione avvengono a coppie***
- ***Se n e p sono, rispettivamente, le concentrazioni di elettroni e lacune (numero di particelle per unità di volume), si ha***

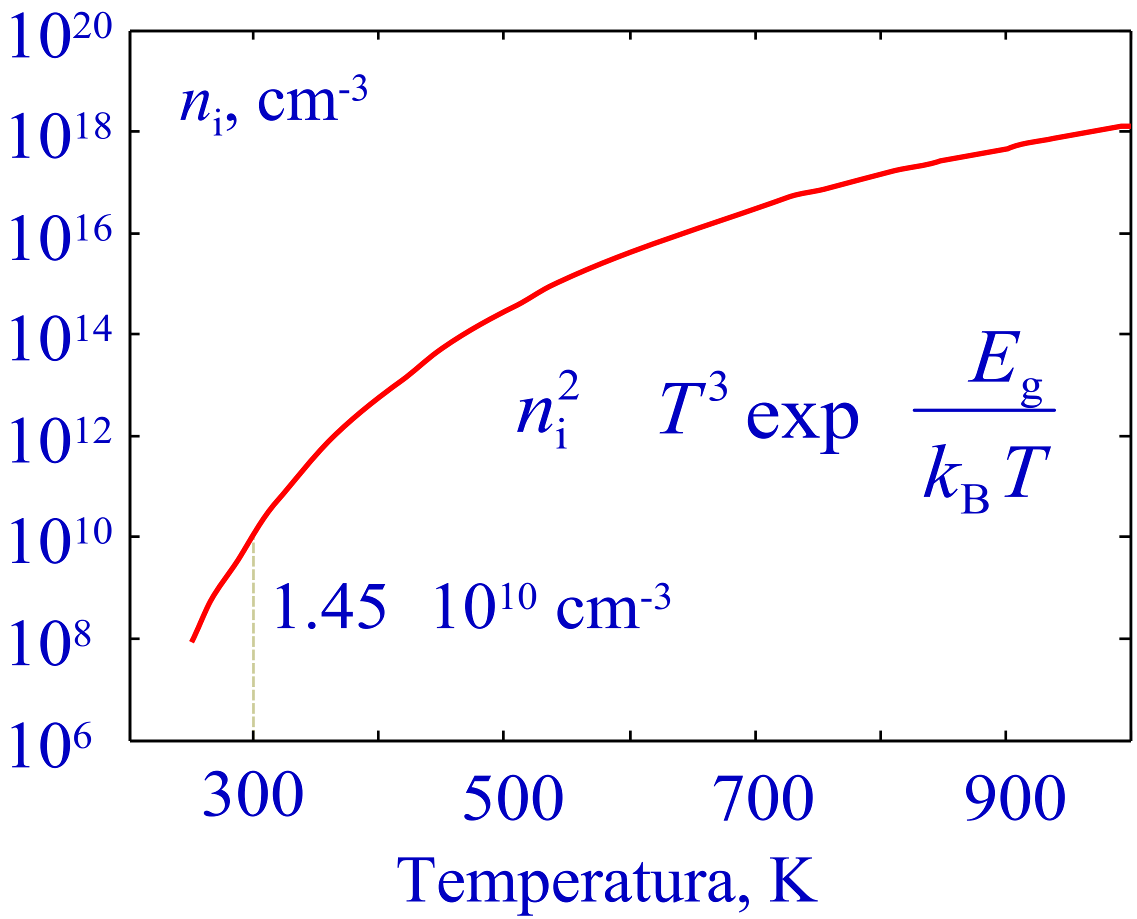
$$n = p = n_\mathrm{i} = p_\mathrm{i} \qquad [\mathrm{cm}^{-3}]$$

dove n_i viene detta concentrazione intrinseca

- ***n_i dipende solo dal tipo di materiale, e cresce rapidamente con la temperatura***

Concentrazione intrinseca

- ***La concentrazione intrinseca cresce più che esponenzialmente con la temperatura***



Livello di Fermi intrinseco

- ***Per un semiconduttore intrinseco***

$$n = p = n_{\mathrm{i}} \Longrightarrow E_{\mathrm{F}} = E_{\mathrm{Fi}}$$

- ***Dalla condizione***

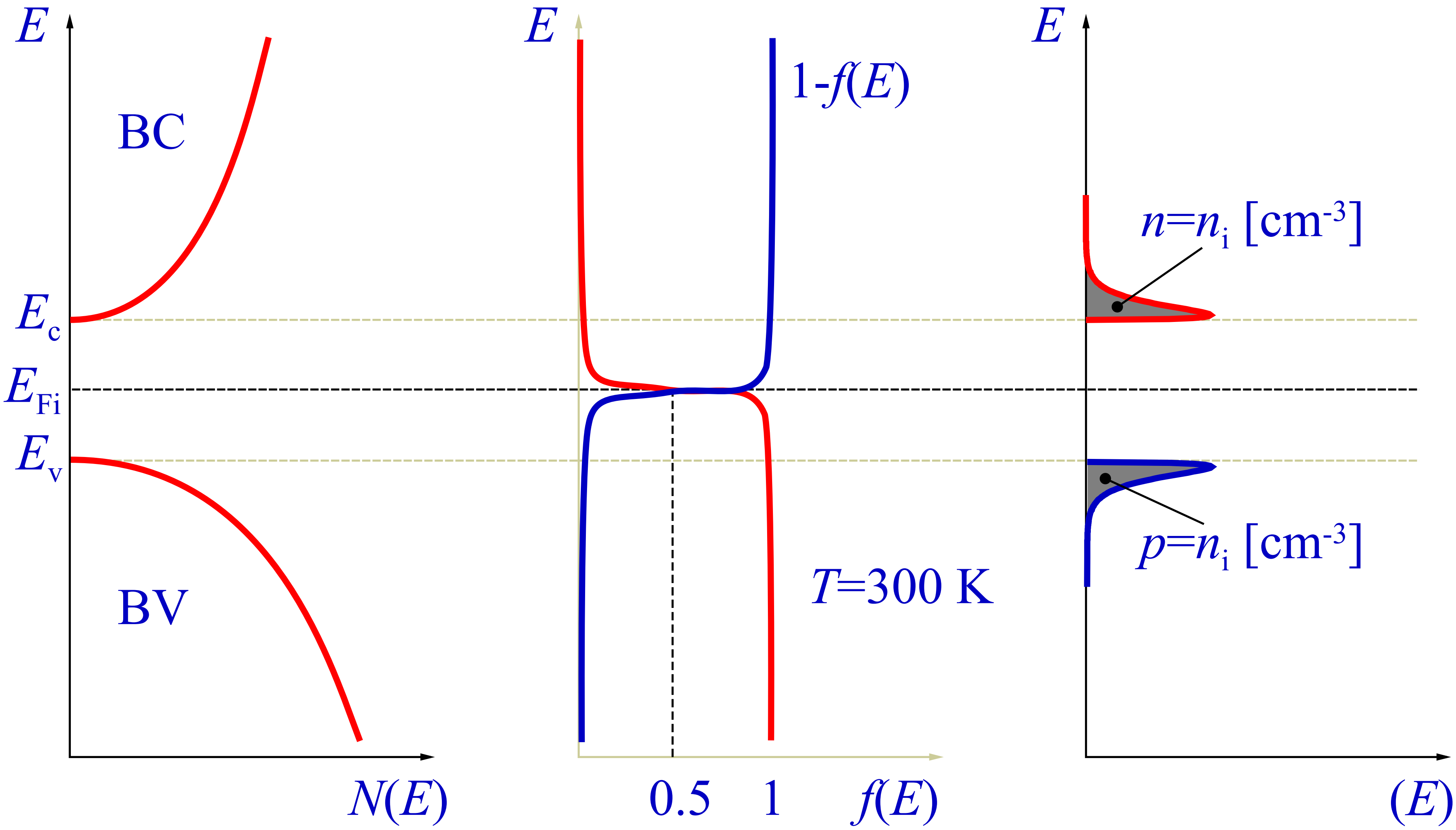
$$N_{\mathrm{c}} \exp\left(-\frac{E_{\mathrm{c}} - E_{\mathrm{Fi}}}{k_{\mathrm{B}} T}\right) = N_{\mathrm{v}} \exp\left(-\frac{E_{\mathrm{Fi}} - E_{\mathrm{v}}}{k_{\mathrm{B}} T}\right)$$

si ricava:

$$E_{\mathrm{Fi}} = \frac{E_{\mathrm{c}} + E_{\mathrm{v}}}{2} - \frac{k_{\mathrm{B}} T}{2} \ln \frac{N_{\mathrm{c}}}{N_{\mathrm{v}}} \approx \frac{E_{\mathrm{c}} + E_{\mathrm{v}}}{2} \quad \text{se } N_{\mathrm{c}} \approx N_{\mathrm{v}}$$

- E_{Fi} ***è circa al centro della banda proibita***

Livello di Fermi intrinseco



Solo in equilibrio termodinamico

Legge dell'azione di massa

- ***Per un semiconduttore non degenere in equilibrio termodinamico:***

$$np = N_\mathrm{c} N_\mathrm{v} \exp\left(-\frac{E_\mathrm{c} - E_\mathrm{v}}{k_\mathrm{B} T}\right) = N_\mathrm{c} N_\mathrm{v} \exp\left(-\frac{E_\mathrm{g}}{k_\mathrm{B} T}\right)$$

ovvero np ***dipende solo dal materiale e dalla temperatura***

- ***In particolare, nel caso intrinseco*** $n = p = n_\mathrm{i}$***. Si ha così la legge dell'azione di massa:***

$$np = n_\mathrm{i}^2$$

Equazioni di Shockley

- ***Ricavando N_c e N_v nel caso intrinseco e sostituendo nelle espressioni generali, si ottengono le equazioni di Shockley***

$$n \approx n_\mathrm{i} \exp\left(\frac{E_\mathrm{F} - E_\mathrm{Fi}}{k_\mathrm{B} T}\right)$$

$$p \approx n_\mathrm{i} \exp\left(\frac{E_\mathrm{Fi} - E_\mathrm{F}}{k_\mathrm{B} T}\right)$$

Equazioni di Shockley

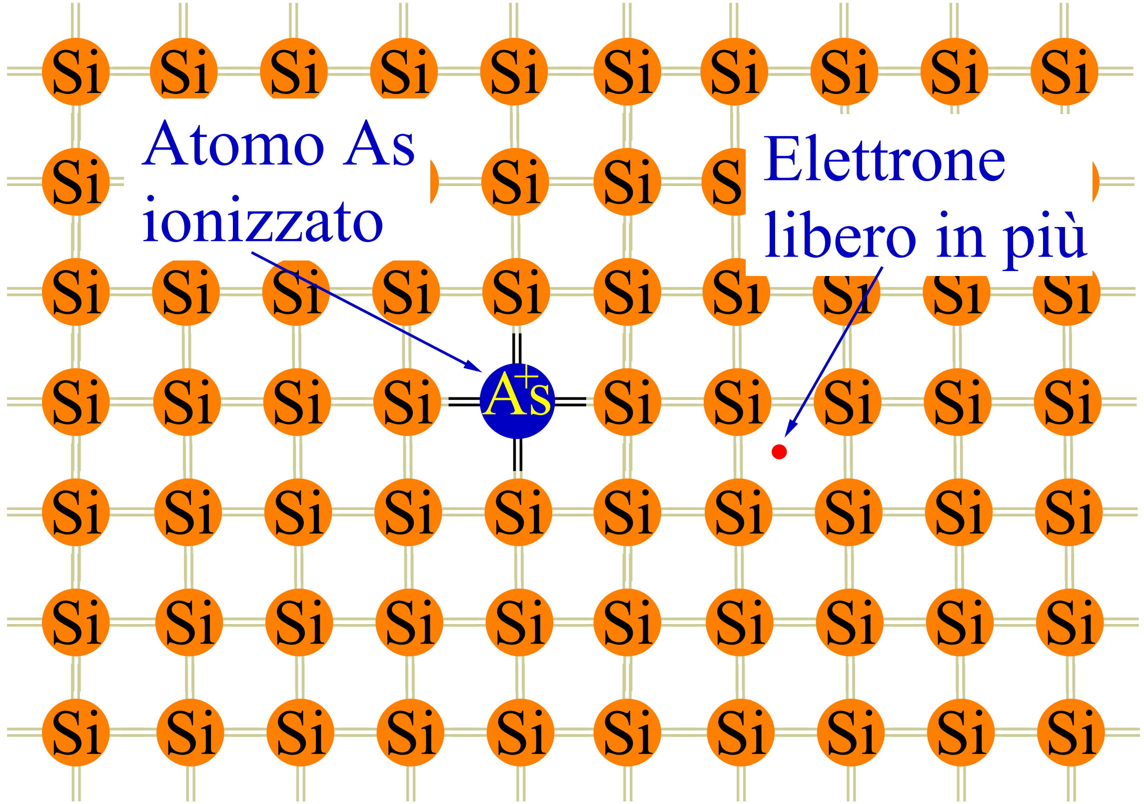
- ***E_F assume il significato di baricentro delle distribuzioni di cariche libere:***
  - nel caso intrinseco, $E_\mathrm{F} = E_\mathrm{Fi}$
  - se $n > p$, $E_\mathrm{F} > E_\mathrm{Fi}$
  - se $n < p$, $E_\mathrm{F} < E_\mathrm{Fi}$
- ***Si noti che in equilibrio n e p non possono essere variate indipendentemente, infatti deve sempre valere la legge dell'azione di massa $np = n_\mathrm{i}^2$***

Semiconduttore drogato

- ***L'importanza dei semiconduttori risiede nella capacità di cambiarne la conducibilità elettrica di diversi ordini di grandezza grazie all'introduzione di opportuni atomi droganti***
- ***Gli atomi droganti sono elementi di un gruppo diverso rispetto al semiconduttore, in modo da avere***
  - più di 4 elettroni sul guscio più esterno: atomi donatori, semiconduttore drogato n
  - meno di 4 elettroni sul guscio più esterno: atomi accettatori, semiconduttore drogato p

Semiconduttore tipo n

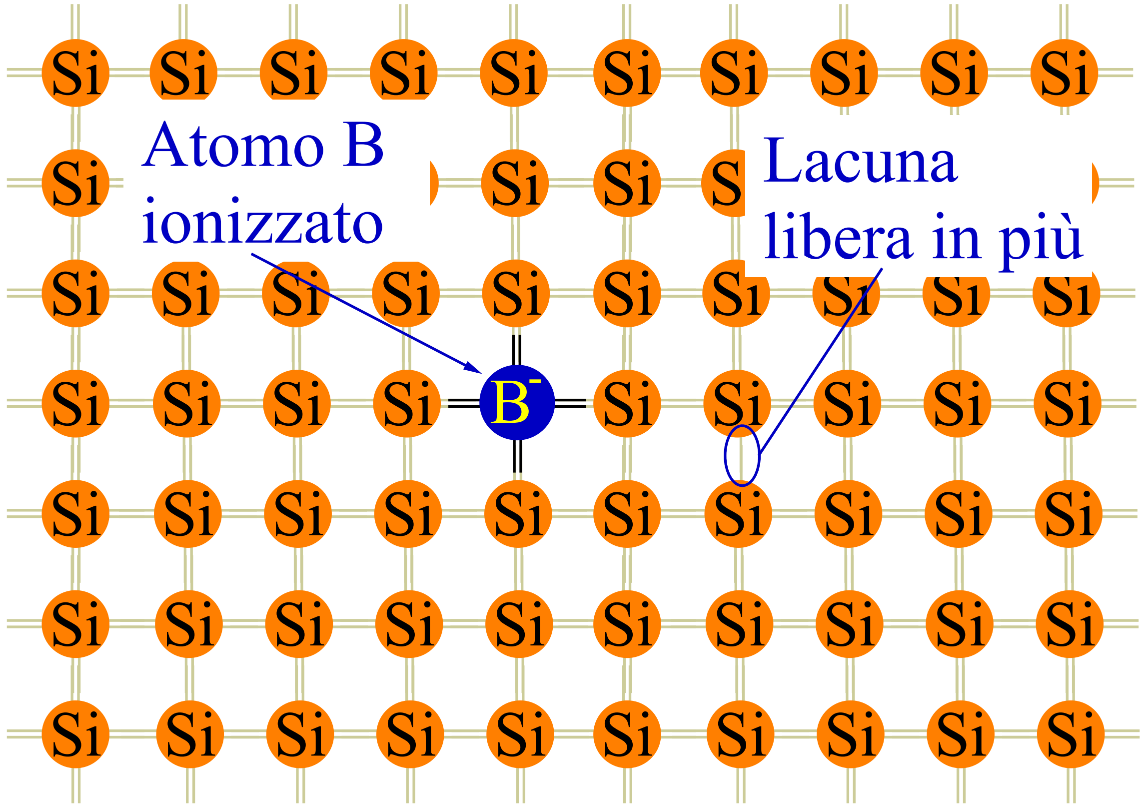
- *Atomi del V gruppo (As), con 5 el. sul guscio più esterno*
- *4 dei 5 el. completano i legami covalenti con Si, il quinto è debolmente vincolato al nucleo di As*



- *A 300 K, l'en. termica basta a **liberarlo verso la BC** ionizzando As $\longrightarrow$ As$^+$*

Semiconduttore tipo p

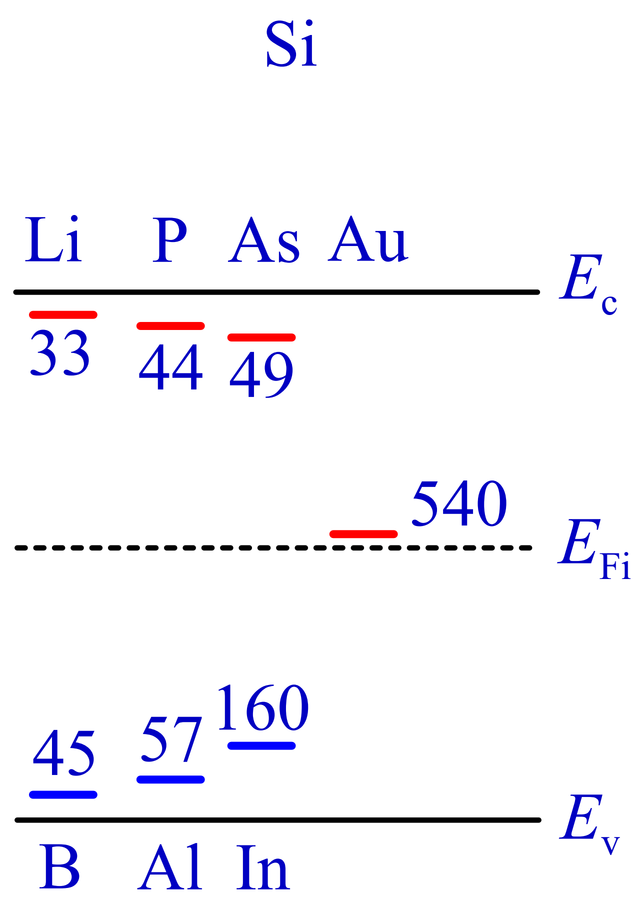
- *Atomi del III gruppo (B), con 3 el. sul guscio più esterno*
- *I 3 el. formano legami covalenti con Si, agli altri el. in BV basta poca energia per andare a formare il quarto legame*



- *A 300 K, l'en. termica basta a* ***liberare una lacuna verso la BV*** *ionizzando B $\rightarrow$ B^{-}*

Atomi droganti

- ***Ogni elemento drogante è caratterizzato da un livello energetico corrispondente alla sua ionizzazione***
- ***Tipi di atomi droganti:***
  - superficiali (shallow) se il livello energetico è vicino alla banda corrispondente
  - profondi (deep) se il livello energetico è vicino a E_{Fi}



distanza (in meV)
dalla banda più vicina

Neutralità elettrica

- *Consideriamo un campione di semiconduttore drogato con N_D (unità di misura: cm^{-3}) atomi donatori e N_A atomi accettatori per unità di volume*
- *Valori tipici di drogaggio sono $10^{14} \div 10^{20}$ cm^{-3}*
- *Nel campione si hanno:*
  - cariche positive mobili (p) e fisse (N_D^+)
  - cariche negative mobili (n) e fisse (N_A^-)

dove N_D^+ e N_A^- sono le concentrazioni di atomi droganti ***ionizzati***

Neutralità elettrica

- *Se il campione è* ***omogeneo*** *deve essere* ***localmente neutro:***

$$n + N_{\mathrm{A}}^{-} = p + N_{\mathrm{D}}^{+}$$

questa relazione viene detta ***condizione di neutralità locale***

- *Se il semiconduttore è non degenere, vale anche la legge dell'azione di massa* $np = n_{\mathrm{i}}^{2}$

$$\begin{cases} n - p = N_{\mathrm{D}}^{+} - N_{\mathrm{A}}^{-} = N^{+} \\ np = n_{\mathrm{i}}^{2} \end{cases}$$

Neutralità elettrica

- ***Le concentrazioni di portatori liberi dipendono da $N^+ = N_{\mathrm{D}}^+ - N_{\mathrm{A}}^-$, ovvero dal drogaggio ionizzato netto e non dai valori del drogaggio p ed n: legge di compensazione***
- ***Per drogaggio n ($N^+ > 0$), usando la legge dell'azione di massa nella condizione di neutralità:***

$$n - \frac{n_{\mathrm{i}}^2}{n} = N^+ \Longrightarrow n = \frac{N^+}{2}\left[1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2n_{\mathrm{i}}}{N^+}\right)^2}\right]$$

Carica libera

- ***Per tutte le temperature per cui*** $n_\mathrm{i} \ll |N^+|$**:**

Tipo n

$$n \approx N^+ \qquad p \approx \frac{n_\mathrm{i}^2}{N^+}$$

Tipo p

$$p \approx |N^+| \qquad n \approx \frac{n_\mathrm{i}^2}{|N^+|}$$

- ***A*** $T = 300\ \mathrm{K}$ ***la ionizzazione è completa:***

Tipo n

$N^+ \approx N_\mathrm{D}$ a 300 K

$$n \approx N_\mathrm{D} \qquad p \approx \frac{n_\mathrm{i}^2}{N_\mathrm{D}}$$

Tipo p

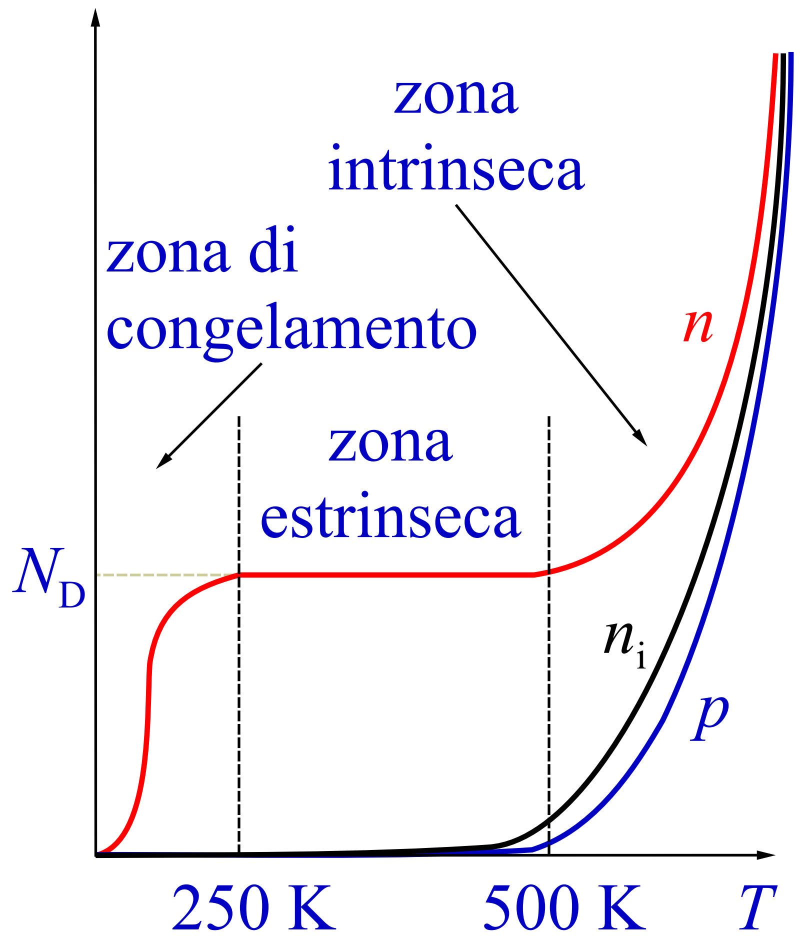
$|N^+| \approx N_\mathrm{A}$ a 300 K

$$p \approx N_\mathrm{A} \qquad n \approx \frac{n_\mathrm{i}^2}{N_\mathrm{A}}$$

Carica libera

- ***In funzione di T, si hanno 3 regioni di funzionamento***
  - congelamento: parziale ionizzazione
  - estrinseca: normale funzionamento, portatori maggioritari pari al drogaggio
  - intrinseca: n_i più grande del drogaggio, $n \approx p \approx n_\mathrm{i}$

Drogaggio tipo n



Carica libera

- ***Per del Si a 300 K drogato con** $N_\mathrm{D} = 10^{16}$ **cm^{-3}, si ha** $n_\mathrm{i} = 1.45 \times 10^{10} \ll N_\mathrm{D}$*
- ***Le concentrazioni di portatori liberi valgono***

$$n \approx N_\mathrm{D} = 10^{16}\,\mathrm{cm}^{-3} \qquad p \approx \frac{n_\mathrm{i}^2}{N_\mathrm{D}} = 2.1 \times 10^{4}\,\mathrm{cm}^{-3}$$

- ***Le cariche mobili dello stesso tipo del drogaggio si chiamano portatori di maggioranza, le altre portatori di minoranza***

Livello di Fermi

- ***Consideriamo un semiconduttore di tipo n, drogato con N_D atomi donatori***
- ***A $T = 300$ K, in equilibrio termodinamico si ha $n = N_\mathrm{D}$ e quindi dall'approssimazione di Boltzmann***

$$n = N_\mathrm{c} \exp\left(-\frac{E_\mathrm{c} - E_\mathrm{F}}{k_\mathrm{B} T}\right) \approx N_\mathrm{D}$$

si ricava la posizione del livello di Fermi

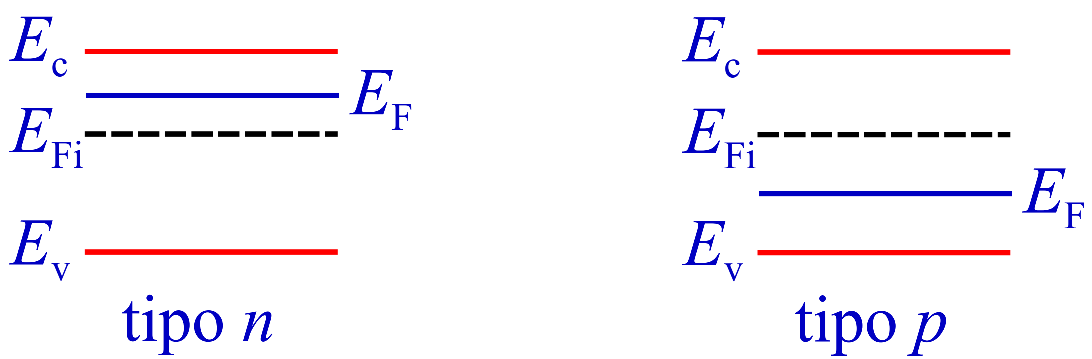
$$E_\mathrm{F} = E_\mathrm{c} - k_\mathrm{B} T \ln \frac{N_\mathrm{c}}{N_\mathrm{D}}$$

Livello di Fermi

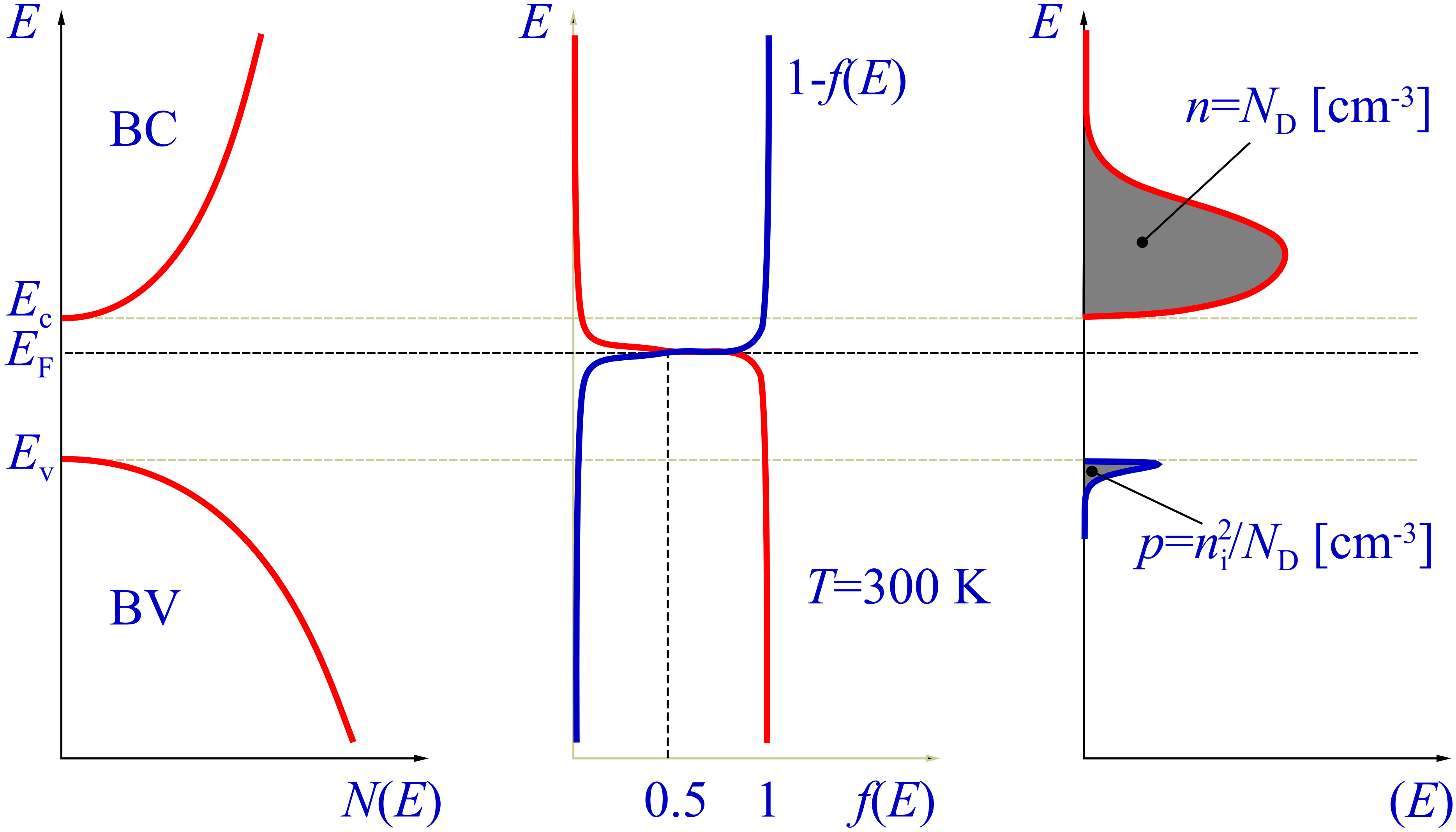
- *Analogamente, per un semiconduttore tipo p con drogaggio N_A il livello di Fermi soddisfa*

$$E_F = E_v + k_B T \ln \frac{N_v}{N_A}$$

- *Si può concludere che* ***un semiconduttore è non degenere se il livello di drogaggio è circa inferiore alla corrispondente densità efficace degli stati***

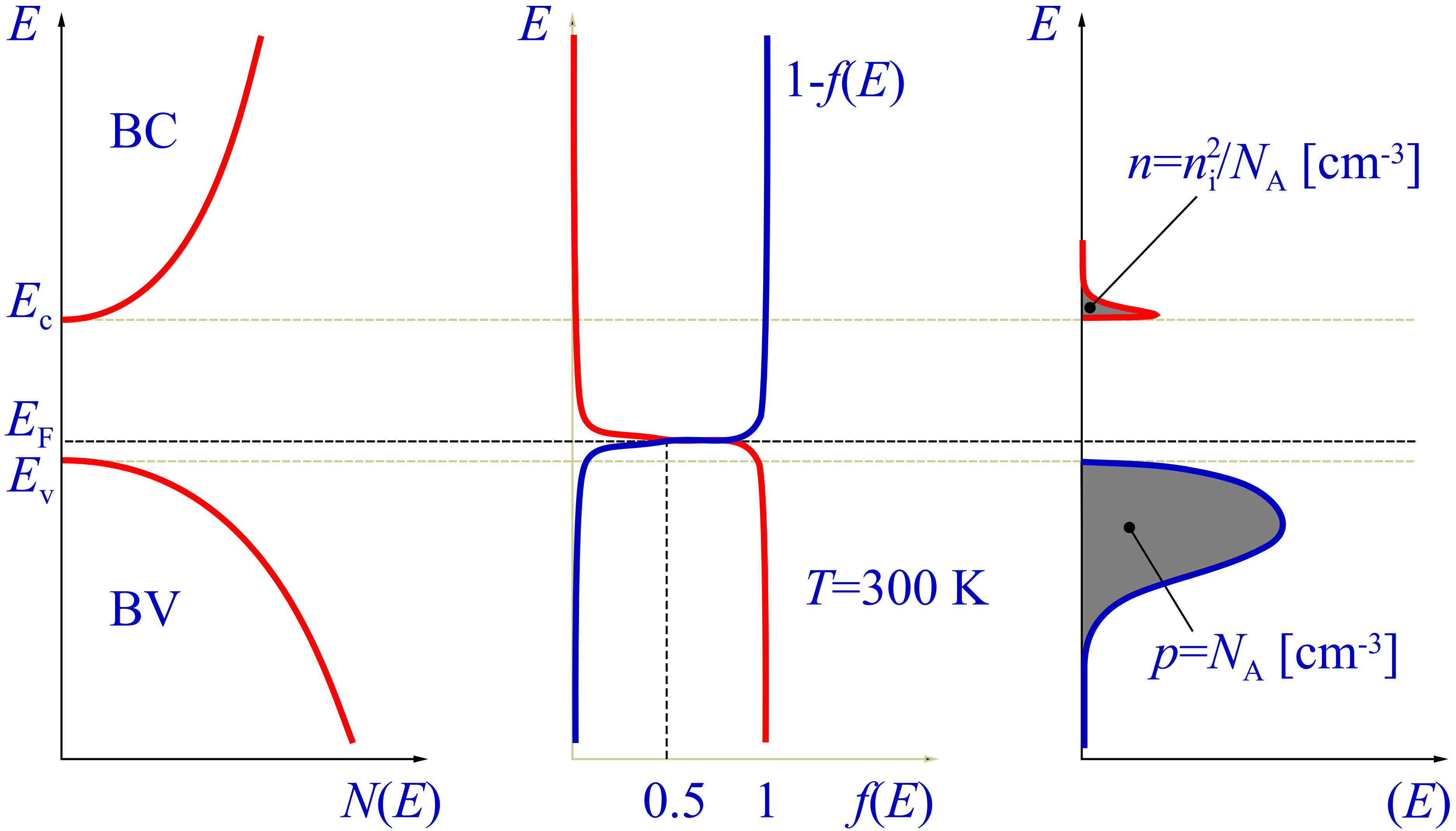


Livello di Fermi



Solo in equilibrio termodinamico

Livello di Fermi



Solo in equilibrio termodinamico