Soluzione del compito del 1 luglio 2004

Esercizio 2.

Punto 1. La specifica sull'astatismo al disturbo richiede che a monte dei disturbi d_A e d_o ci sia un polo nell'origine. Queste richiede un compensatore stazionerio della forma

$$C_b(s) = K_c/s$$

(altrimenti a monte di d_A non ci sarebbe il polo!). Con questa scelta la specifica sull'errore alla rampa è automaticamente soddisfatta (il sistema è di tipo 2). La terza specifica richiede che $S(s) = \frac{1}{1+L(s)}$ (funzione di trasferimento tra ingresso ed errore) abbia modulo minore di 0.015 per $\omega < 1$. Essendo $\frac{1}{1+L(s)} \simeq \frac{1}{L(s)}$ a bassa frequenza, ottengo

$$|L(j\omega)|_{\omega \leq 1} \geq 1/0.015 \simeq 66.67 \simeq 36.5\text{dB}.$$

Poichè per $L_1(s) = C_b(s)G(s)$ si ha

$$|L(j\omega)|_{\omega=1} = 0.57K_c$$

devo avere $K_c \geq 66.67/0.57 \simeq 117$. Scelgo $K_c = 120$, ottenendo

$$C_b(s) = 120/s.$$

La quinta specifica mi impone $t_s * \omega_B \simeq 3$, cioè $\omega_B \simeq 3/0.05 = 60\text{rad/s}$, e quindi $\omega_c \simeq 0.4 \div 0.8\omega_B = 24 \div 48$. Scelgo $\tilde{\omega_c} \simeq 306\text{rad/s}$. A $\tilde{\omega_c}$ si ha

$$|L| = 0.1971 = -14.01\text{dB} \qquad \angle L = 159^o = -201^o$$

Devo perciò recuperare $61^o \div 66^o$. Scelgo

$$\alpha_d = \frac{1 - \sin 65^o}{1 - \sin 65^o} = 20.35 \simeq 20$$

e $\omega_d = \tilde{\omega_c}/\sqrt(\alpha_d) = 4.4721 \simeq 4.5$ ottenendo $C_d(s) = \frac{1+s/4.5}{1+s/90}$ Ottengo che $L_2(s) = C_b(s)C_d(s)G$ ha un margine di fase di 35.3^oed una $\omega_c = 35.6$. Ho due possibili soluzioni per migliorare il margine di fase: alzare il recupero della rete derivativa od abbassare la ω_c con una integrativa. Siccome avevo scelto $\tilde{\omega_c} = 30$, per cui il recupero è avvenuto a quella frequenza, opto per la seconda scelta. (NB: la prima andava ugualmente bene!). In $\tilde{\omega_c} = 30$ si ha

$$|L| = 1.2607 \qquad \angle L = -137^o$$

Scelgo perciò una integratrice con $\alpha_i = 1.26$ e $\omega_i = \frac{\tilde{\omega_c}}{\alpha_i \omega_i} = 2.38$ ottenendo

$$C_i(s) = \frac{1 + s/3}{1 + s/2.381}$$

La $L_3(s) = C_b(s)C_d(s)C_i(s)G$ ha un margine di fase di 41^o ed una frequenza di taglio $\omega_c = 30$rad/s. Siccome l'integratrice potrebbe dare una eccessiva perdita di modulo in $\omega = 1$, verifico che la specifica 3 sia ancora verificata. Ottengo

$$|L_3(j\omega)|_{\omega=1} = 68.28 > 66.67.$$

La specifica è verificata.

Punto 2. Con Matlab ottengo che i poli ad anello chiuso (T=feedbackL3,1);eig(T)) sono $-117, -15.04 \pm 36j, -4.63, -3.05, -1.02$ e sono tutti stabili. Facendo step(T) ottengo $t_s = 0.0376$s, $\hat{(s)} = 0.32$, $t_{a2\%} = 0.466$s.

Punto 3. La specifica opzionale richiedeva che $T(s) = \frac{L(s)}{1+L(s)}$ (funzione di trasferimento tra ingresso ed uscita) abbia modulo minore di 0.01 per $\omega \geq 200$. Essendo $\frac{L(s)}{1+L(s)} \simeq L(s)$ a alta frequenza, ottengo

$$|L(j\omega)|_{\omega \geq 200} \leq 0.01.$$

Il progetto effettuato porta a $|L_3(j\omega)|_{\omega=200} = 0.02$ per cui la specifica è violata. Per rispettare la specifica dovrei aumentare l'effetto dell'integrativa, scegliendo ad esempio $\alpha_i = 2.6$ e $\omega_i = \frac{\tilde{\omega_c}}{\alpha_i \omega_i} = 1.15$. Ma questa scelta porterebbe a violare la specifica 3, essendo la integratrice troppo a sinistra. Scelgo allora $\omega_i = 2.5$ (con $alpha_i = 2.6$). Questa scelta mi permette di ottenere un margine di fase di 45.8^o e di soddisfare le rimanenti specifiche.