

Cognome e Nome Matricola.....
Docente

ANALISI COMPLESSA - ANALISI IV
Appello del 18 Novembre 2004 - Compito A

Esercizio 1 (3 punti)

Posto $z = x + iy$, si consideri la funzione

$$f(z) = \frac{\bar{z}}{2 + z} .$$

Determinare il dominio di $f(z)$ ed esprimerla nella forma $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$.

Esercizio 2 (3 punti)

Determinare l'insieme di analiticità della funzione

$$f(z) = \frac{\sin z}{(z^2 + 4)(2z - i)} .$$

Esercizio 3 (4 punti)

Data la serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-5)^n}{n^3(1+i)^n},$$

si determini il suo insieme di convergenza.

Esercizio 4 (5 punti)

Scrivere lo sviluppo di Laurent centrato in $z_0 = 0$ relativo alla funzione

$$f(z) = \frac{1}{z^2(2-z^9)}.$$

Dire che tipo di singolarità ha $f(z)$ in $z_0 = 0$ e indicarne il residuo.

Esercizio 5 (5 punti)

Si rappresenti graficamente l'insieme $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : |z + 1| < 3\}$ e si calcoli

$$\int_C \frac{e^z}{z^2 + 4} dz$$

dove C è il cammino, percorso in senso antiorario, il cui sostegno coincide con la frontiera di Ω .

Esercizio 6 (4 punti)

Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \begin{cases} -x - \pi & \text{per } x \leq -\pi \\ \sin x & \text{per } x > -\pi \end{cases}$$

e calcolare la derivata della distribuzione T_f associata a f .

Esercizio 7 (4 punti)

Sia $f(x) = xe^{-3|x|}$. Dire se la distribuzione T_f associata a f è una distribuzione temperata; in caso affermativo, calcolarne la trasformata di Fourier.

Esercizio 8 (5 punti)

Enunciare e dimostrare il Teorema dei residui.

Cognome e Nome Matricola.....
Docente

ANALISI COMPLESSA - ANALISI IV
Appello del 18 Novembre 2004 - Compito C

Esercizio 1 (3 punti)

Posto $z = x + iy$, si consideri la funzione

$$f(z) = \frac{\bar{z}}{4 + z}.$$

Determinare il dominio di $f(z)$ ed esprimerla nella forma $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$.

Esercizio 2 (3 punti)

Determinare l'insieme di analiticità della funzione

$$f(z) = \frac{\cos z}{(z^2 + 9)(3z - i)}.$$

Esercizio 3 (4 punti)

Data la serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z+5)^n}{n^4(1+i)^n},$$

si determini il suo insieme di convergenza.

Esercizio 4 (5 punti)

Scrivere lo sviluppo di Laurent centrato in $z_0 = 0$ relativo alla funzione

$$f(z) = \frac{1}{z^3(2-z^7)}.$$

Dire che tipo di singolarità ha $f(z)$ in $z_0 = 0$ e indicarne il residuo.

Esercizio 5 (5 punti)

Si rappresenti graficamente l'insieme $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : |z + 2| < 6\}$ e si calcoli

$$\int_C \frac{e^z}{z^2 + 16} dz$$

dove C è il cammino, percorso in senso antiorario, il cui sostegno coincide con la frontiera di Ω .

Esercizio 6 (4 punti)

Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{per } x \leq -\pi \\ -x - \pi & \text{per } x > -\pi \end{cases}$$

e calcolare la derivata della distribuzione T_f associata a f .

Esercizio 7 (4 punti)

Sia $f(x) = xe^{-4|x|}$. Dire se la distribuzione T_f associata a f è una distribuzione temperata; in caso affermativo, calcolarne la trasformata di Fourier.

Esercizio 8 (5 punti)

Enunciare e dimostrare il Teorema dei residui.

Cognome e Nome Matricola.....
Docente

ANALISI COMPLESSA - ANALISI IV
Appello del 18 Novembre 2004 - Compito B

Esercizio 1 (3 punti)

Posto $z = x + iy$, si consideri la funzione

$$f(z) = \frac{\bar{z}}{3 + z} .$$

Determinare il dominio di $f(z)$ ed esprimerla nella forma $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$.

Esercizio 2 (3 punti)

Determinare l'insieme di analiticità della funzione

$$f(z) = \frac{\sinh z}{(z^2 + 16)(4z - i)} .$$

Esercizio 3 (4 punti)

Data la serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-3)^n}{n^5(1-i)^n},$$

si determini il suo insieme di convergenza.

Esercizio 4 (5 punti)

Scrivere lo sviluppo di Laurent centrato in $z_0 = 0$ relativo alla funzione

$$f(z) = \frac{1}{z(3-z^4)}.$$

Dire che tipo di singolarità ha $f(z)$ in $z_0 = 0$ e indicarne il residuo.

Esercizio 5 (5 punti)

Si rappresenti graficamente l'insieme $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : |z - 1| < 3\}$ e si calcoli

$$\int_C \frac{e^z}{z^2 + 4} dz$$

dove C è il cammino, percorso in senso antiorario, il cui sostegno coincide con la frontiera di Ω .

Esercizio 6 (4 punti)

Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \begin{cases} -x + \pi & \text{per } x \leq \pi \\ \sin x & \text{per } x > \pi \end{cases}$$

e calcolare la derivata della distribuzione T_f associata a f .

Esercizio 7 (4 punti)

Sia $f(x) = xe^{-5|x|}$. Dire se la distribuzione T_f associata a f è una distribuzione temperata; in caso affermativo, calcolarne la trasformata di Fourier.

Esercizio 8 (5 punti)

Enunciare e dimostrare il Teorema dei residui.

Cognome e Nome Matricola.....
Docente

ANALISI COMPLESSA - ANALISI IV
Appello del 18 Novembre 2004 - Compito D

Esercizio 1 (3 punti)

Posto $z = x + iy$, si consideri la funzione

$$f(z) = \frac{\bar{z}}{5 + z} .$$

Determinare il dominio di $f(z)$ ed esprimerla nella forma $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$.

Esercizio 2 (3 punti)

Determinare l'insieme di analiticità della funzione

$$f(z) = \frac{\cosh z}{(z^2 + 25)(5z - i)} .$$

Esercizio 3 (4 punti)

Data la serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z+3)^n}{n^2(1-i)^n},$$

si determini il suo insieme di convergenza.

Esercizio 4 (5 punti)

Scrivere lo sviluppo di Laurent centrato in $z_0 = 0$ relativo alla funzione

$$f(z) = \frac{1}{z(3-z^5)}.$$

Dire che tipo di singolarità ha $f(z)$ in $z_0 = 0$ e indicarne il residuo.

Esercizio 5 (5 punti)

Si rappresenti graficamente l'insieme $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : |z - 2| < 6\}$ e si calcoli

$$\int_C \frac{e^z}{z^2 + 16} dz$$

dove C è il cammino, percorso in senso antiorario, il cui sostegno coincide con la frontiera di Ω .

Esercizio 6 (4 punti)

Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{per } x \leq \pi \\ -x + \pi & \text{per } x > \pi \end{cases}$$

e calcolare la derivata della distribuzione T_f associata a f .

Esercizio 7 (4 punti)

Sia $f(x) = xe^{-6|x|}$. Dire se la distribuzione T_f associata a f è una distribuzione temperata; in caso affermativo, calcolarne la trasformata di Fourier.

Esercizio 8 (5 punti)

Enunciare e dimostrare il Teorema dei residui.