Docente ....

ANALISI COMPLESSA - ANALISI IV
Appello del 18 Aprile 2005 - Compito A

Esercizio 1 (3 punti)
Determinare e rappresentare graficamente il dominio della funzione

$$f(z) = \frac{3}{z - \overline{z}} \, .$$

Esercizio 2 (3 punti)
Determinare l'insieme degli zeri della funzione

$$f(z) = \sin(6z^2) \, .$$

Si determini l'insieme di convergenza e la somma della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty}(1+i)^n(z-2i)^{2n+1}\,.$$

Esercizio 4 (5 punti)

Scrivere lo sviluppo di Laurent centrato in $z_0=0$ relativo alla funzione

$$f(z)=\frac{e^{2z^2}-1}{z^5}\,.$$

Dire che tipo di singolarità ha $f(z)$ in $z_0=0$ e indicarne il residuo.

Calcolare l'integrale

$$\int_\gamma (2\overline{z} + 3)\mathrm{d}\, z$$

dove γ è il cammino semplice avente come supporto la circonferenza centrata in 0 di raggio unitario percorsa in senso antiorario.

Esercizio 6 (4 punti)
Dopo aver tracciato il grafico della funzione

$$f(x) = \begin{cases} |x| & \text{se } |x| \leq 2 \\ -|x| + 5 & \text{se } |x| > 2\,, \end{cases}$$

si calcoli la derivata della distribuzione T_f associata a f.

Si consideri la distribuzione $T = T_{xe^{4ix}} + e\,\delta_3$. Dire, giustificando la risposta data, se la distribuzione T è temperata; in caso affermativo, calcolarne la trasformata di Fourier.

Esercizio 8 (5 punti)

Sia Ω un dominio del piano complesso. Definire esplicitamente il concetto di funzione analitica su Ω. Dire poi, motivando la risposta data, se le funzioni seguenti sono analitiche nei domini indicati:

(a) $|z|^2 + 5$ su $\mathbb{C} \setminus \{0\}$.

(b) $2(1 + z^2)^{-1}$ su $B_{1/2}(0)$.

Docente ....

ANALISI COMPLESSA - ANALISI IV
Appello del 18 Aprile 2005 - Compito B

Esercizio 1 (3 punti)
Determinare e rappresentare graficamente il dominio della funzione

$$f(z) = \frac{4}{\overline{z} - z}\ .$$

Esercizio 2 (3 punti)
Determinare l'insieme degli zeri della funzione

$$f(z) = \sin(2z^2)\,.$$

Si determini l'insieme di convergenza e la somma della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty}(1+i)^n(z+2i)^{2n+1}\,.$$

Esercizio 4 (5 punti)

Scrivere lo sviluppo di Laurent centrato in $z_0 = 0$ relativo alla funzione

$$f(z) = \frac{e^{3z^2}-1}{z^5}\,.$$

Dire che tipo di singolarità ha $f(z)$ in $z_0 = 0$ e indicarne il residuo.

Calcolare l'integrale

$$\int_\gamma (3\overline{z} - 2)\mathrm{d}\, z$$

dove γ è il cammino semplice avente come supporto la circonferenza centrata in 0 di raggio unitario percorsa in senso antiorario.

Esercizio 6 (4 punti)
Dopo aver tracciato il grafico della funzione

$$f(x) = \begin{cases} |x| & \text{se } |x| \leq 3 \\ -|x| + 7 & \text{se } |x| > 3\,, \end{cases}$$

si calcoli la derivata della distribuzione T_f associata a f.

Si consideri la distribuzione $T = T_{xe^{3ix}} + e\,\delta_3$. Dire, giustificando la risposta data, se la distribuzione T è temperata; in caso affermativo, calcolarne la trasformata di Fourier.

Esercizio 8 (5 punti)
Sia Ω un dominio del piano complesso. Definire esplicitamente il concetto di funzione analitica su Ω. Direi poi, motivando la risposta data, se le funzioni seguenti sono analitiche nei domini indicati:

(a) $|z|^2 + 4$ su $\mathbb{C} \setminus \{0\}$.

(b) $3(1 + z^2)^{-1}$ su $B_{1/5}(0)$.

Docente ....

ANALISI COMPLESSA - ANALISI IV
Appello del 18 Aprile 2005 - Compito C

Esercizio 1 (3 punti)
Determinare e rappresentare graficamente il dominio della funzione

$$f(z) = \frac{2}{z - \overline{z}} \, .$$

Esercizio 2 (3 punti)
Determinare l'insieme degli zeri della funzione

$$f(z) = \sin(3z^2) \, .$$

Si determini l'insieme di convergenza e la somma della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty}(1-i)^n(z+2i)^{2n+1}\,.$$

Esercizio 4 (5 punti)

Scrivere lo sviluppo di Laurent centrato in $z_0 = 0$ relativo alla funzione

$$f(z) = \frac{e^{2z^2}-1}{z^4}\,.$$

Dire che tipo di singolarità ha $f(z)$ in $z_0 = 0$ e indicarne il residuo.

Calcolare l'integrale

$$\int_{\gamma} (2\overline{z} - 3) \mathrm{d}\, z$$

dove γ è il cammino semplice avente come supporto la circonferenza centrata in 0 di raggio unitario percorsa in senso antiorario.

Esercizio 6 (4 punti)
Dopo aver tracciato il grafico della funzione

$$f(x) = \begin{cases} |x| & \text{se } |x| \leq 2 \\ -|x| + 7 & \text{se } |x| > 2\,, \end{cases}$$

si calcoli la derivata della distribuzione T_f associata a f.

Si consideri la distribuzione $T = T_{xe^{2ix}} + e\,\delta_3$. Dire, giustificando la risposta data, se la distribuzione T è temperata; in caso affermativo, calcolarne la trasformata di Fourier.

Esercizio 8 (5 punti)
Sia Ω un dominio del piano complesso. Definire esplicitamente il concetto di funzione analitica su Ω. Direi poi, motivando la risposta data, se le funzioni seguenti sono analitiche nei domini indicati:

(a) $|z|^2 + 3$ su $\mathbb{C} \setminus \{0\}$.

(b) $4(1 + z^2)^{-1}$ su $B_{1/4}(0)$.

Docente ....

ANALISI COMPLESSA - ANALISI IV
Appello del 18 Aprile 2005 - Compito D

Esercizio 1 (3 punti)
Determinare e rappresentare graficamente il dominio della funzione

$$f(z) = \frac{5}{\overline{z} - z} \ .$$

Esercizio 2 (3 punti)
Determinare l'insieme degli zeri della funzione

$$f(z) = \sin(5z^2) \, .$$

Si determini l'insieme di convergenza e la somma della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty}(1-i)^n(z-2i)^{2n+1}\,.$$

Esercizio 4 (5 punti)

Scrivere lo sviluppo di Laurent centrato in $z_0 = 0$ relativo alla funzione

$$f(z) = \frac{e^{3z^2}-1}{z^4}\,.$$

Dire che tipo di singolarità ha $f(z)$ in $z_0 = 0$ e indicarne il residuo.

Calcolare l'integrale

$$\int_{\gamma} (3\overline{z} + 2)\mathrm{d}\, z$$

dove γ è il cammino semplice avente come supporto la circonferenza centrata in 0 di raggio unitario percorsa in senso antiorario.

Esercizio 6 (4 punti)
Dopo aver tracciato il grafico della funzione

$$f(x) = \begin{cases} |x| & \text{se } |x| \leq 3 \\ -|x| + 8 & \text{se } |x| > 3\,, \end{cases}$$

si calcoli la derivata della distribuzione T_f associata a f.

Si consideri la distribuzione $T = T_{xe^{ix}} + e\,\delta_3$. Dire, giustificando la risposta data, se la distribuzione T è temperata; in caso affermativo, calcolarne la trasformata di Fourier.

Esercizio 8 (5 punti)
Sia Ω un dominio del piano complesso. Definire esplicitamente il concetto di funzione analitica su Ω. Direi poi, motivando la risposta data, se le funzioni seguenti sono analitiche nei domini indicati:

(a) $|z|^2 + 2$ su $\mathbb{C} \setminus \{0\}$.

(b) $5(1 + z^2)^{-1}$ su $B_{1/3}(0)$.