**Docente .........................**

**ANALISI COMPLESSA - ANALISI IV**
**Appello dell' 11 Novembre 2005 - Compito A**

**Esercizio 1 (3 punti)**
Determinare il dominio della funzione

$$f(z) = \frac{z \sin(z^2)}{e^{z-2} - 1}.$$

**Esercizio 2 (3 punti)**
Determinare tutte le funzioni analitiche $f(z)$ che verificano la condizione

$$\operatorname{Re} f(z) = 3 \ \operatorname{Re} z.$$

Determinare l'insieme di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z+2i)^n}{(2i)^n n^4} \, .$$

**Esercizio 4 (5 punti)**
Si calcoli l'integrale

$$\int_C \frac{e^{z+1}}{(z-2)^{24}} \, dz$$

dove $C = \{z \text{ tali che } |z| = 4\}$ è percorso in senso antiorario.

Calcolare la derivata della distribuzione $T_f$, con

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq 0, \\ 4 - x^2 & \text{se } 0 < x < 4, \\ 0 & \text{se } x \geq 4. \end{cases}$$

**Esercizio 6 (4 punti)**
Verificare che la distribuzione $T_f$, dove

$$f(x) = x^2 e^{3ix} + e^x p_2(x),$$

è una distribuzione temperata, giustificando la risposta.

Calcolare l'antitrasformata di Laplace della funzione

$$F(s) = \frac{s^2 - 2s - 2}{s - 3}.$$

**Esercizio 8 (5 punti)**
a) Si enunci il teorema di Taylor.
b) Siano $f$ e $g$ due funzioni olomorfe intere, tali che

$$f(z) = g(z) \qquad \forall z \quad \text{tale che} \quad |z| < 1.$$

Sfruttando il teorema di Taylor, mostrare che si ha

$$f(z) = g(z) \qquad \forall z \in \mathbb{C}.$$

**Docente .........................**

# ANALISI COMPLESSA - ANALISI IV
## Appello dell' 11 Novembre 2005 - Compito B

**Esercizio 1 (3 punti)**
Determinare il dominio della funzione

$$f(z) = \frac{z \sin(z^2)}{e^{z-3} - 1}.$$

**Esercizio 2 (3 punti)**
Determinare tutte le funzioni analitiche $f(z)$ che verificano la condizione

$$\operatorname{Re} f(z) = 4 \ \operatorname{Re} z.$$

Determinare l'insieme di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z+3i)^n}{(4i)^n n^4} \ .$$

**Esercizio 4 (5 punti)**
Si calcoli l'integrale

$$\int_C \frac{e^{z+2}}{(z-3)^{20}}\, dz$$

dove $C = \{z \text{ tali che } |z| = 6\}$ è percorso in senso antiorario.

Calcolare la derivata della distribuzione $T_f$, con

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq 0, \\ 9 - x^2 & \text{se } 0 < x < 6, \\ 0 & \text{se } x \geq 6. \end{cases}$$

**Esercizio 6 (4 punti)**
Verificare che la distribuzione $T_f$, dove

$$f(x) = x^3 e^{4ix} + e^x p_4(x),$$

è una distribuzione temperata, giustificando la risposta.

Calcolare l'antitrasformata di Laplace della funzione

$$F(s) = \frac{s^2 - 3s - 3}{s - 4}.$$

**Esercizio 8 (5 punti)**
a) Si enunci il teorema di Taylor.
b) Siano $f$ e $g$ due funzioni olomorfe intere, tali che

$$f(z) = g(z) \qquad \forall z \quad \text{tale che} \quad |z| < 1.$$

Sfruttando il teorema di Taylor, mostrare che si ha

$$f(z) = g(z) \qquad \forall z \in \mathbb{C}.$$

Docente ........................

**ANALISI COMPLESSA - ANALISI IV**
**Appello dell' 11 Novembre 2005 - Compito C**

**Esercizio 1 (3 punti)**
Determinare il dominio della funzione

$$f(z) = \frac{z \sin(z^2)}{e^{z-4} - 1}.$$

**Esercizio 2 (3 punti)**
Determinare tutte le funzioni analitiche $f(z)$ che verificano la condizione

$$\mathrm{Re}\, f(z) = 5 \ \mathrm{Re}\, z.$$

Determinare l'insieme di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z+4i)^n}{(6i)^n n^4} \; .$$

**Esercizio 4 (5 punti)**
Si calcoli l'integrale

$$\int_C \frac{e^{z+2}}{(z-4)^{25}}\, dz$$

dove $C = \{z \text{ tali che } |z| = 8\}$ è percorso in senso antiorario.

Calcolare la derivata della distribuzione $T_f$, con

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq 0, \\ 16 - x^2 & \text{se } 0 < x < 8, \\ 0 & \text{se } x \geq 8. \end{cases}$$

**Esercizio 6 (4 punti)**
Verificare che la distribuzione $T_f$, dove

$$f(x) = x^2 e^{8ix} + e^x p_6(x),$$

è una distribuzione temperata, giustificando la risposta.

Calcolare l'antitrasformata di Laplace della funzione

$$F(s) = \frac{s^2 - 4s - 4}{s - 5}.$$

**Esercizio 8 (5 punti)**
a) Si enunci il teorema di Taylor.
b) Siano $f$ e $g$ due funzioni olomorfe intere, tali che

$$f(z) = g(z) \qquad \forall z \quad \text{tale che} \quad |z| < 1.$$

Sfruttando il teorema di Taylor, mostrare che si ha

$$f(z) = g(z) \qquad \forall z \in \mathbb{C}.$$

Docente .........................

**ANALISI COMPLESSA - ANALISI IV**
**Appello dell' 11 Novembre 2005 - Compito D**

**Esercizio 1 (3 punti)**
Determinare il dominio della funzione

$$f(z) = \frac{z \sin(z^2)}{e^{z-6} - 1}.$$

**Esercizio 2 (3 punti)**
Determinare tutte le funzioni analitiche $f(z)$ che verificano la condizione

$$\mathrm{Re}\, f(z) = 8 \ \mathrm{Re}\, z.$$

Determinare l'insieme di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z+6i)^n}{(5i)^n n^4} \ .$$

**Esercizio 4 (5 punti)**
Si calcoli l'integrale

$$\int_C \frac{e^{z+2}}{(z-5)^{21}}\, dz$$

dove $C = \{z \text{ tali che } |z| = 10\}$ è percorso in senso antiorario.

Calcolare la derivata della distribuzione $T_f$, con

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq 0, \\ 25 - x^2 & \text{se } 0 < x < 10, \\ 0 & \text{se } x \geq 10. \end{cases}$$

**Esercizio 6 (4 punti)**
Verificare che la distribuzione $T_f$, dove

$$f(x) = x^3 e^{2ix} + e^x p_1(x),$$

è una distribuzione temperata, giustificando la risposta.

Calcolare l'antitrasformata di Laplace della funzione

$$F(s) = \frac{s^2 - 5s - 5}{s - 6}.$$

**Esercizio 8 (5 punti)**

a) Si enunci il teorema di Taylor.

b) Siano $f$ e $g$ due funzioni olomorfe intere, tali che

$$f(z) = g(z) \qquad \forall z \quad \text{tale che} \quad |z| < 1.$$

Sfruttando il teorema di Taylor, mostrare che si ha

$$f(z) = g(z) \qquad \forall z \in \mathbb{C}.$$