



APPUNTI DI TEORIA

4. SORGENTI SONORE E TRASDUTTORI

4.1 Caratteristiche delle sorgenti sonore

Le sorgenti sonore sono tipicamente costituite da sistemi meccanici vibranti, o da fluidi in moto non stazionario, in grado di trasmettere energia al mezzo di propagazione (generalmente fluido e, talvolta, solido) con cui sono a contatto. Le caratteristiche fondamentali di una sorgente sonora sono le sue *dimensioni* (in rapporto alla lunghezza d'onda) e il suo *modo di vibrare*.

Dimensione della sorgente in rapporto alla lunghezza d'onda

Una sorgente di dimensione caratteristica r_o (ad esempio un disco di raggio r_o) può essere considerata *puntiforme* se soddisfa la seguente condizione:

$$kr_o \leq 1 \Rightarrow \frac{2\pi r_o}{\lambda} \leq 1 \Rightarrow r_o \leq \approx \lambda/6$$

Sorgenti per le quali $kr_o > 1$ devono invece considerarsi *estese*.

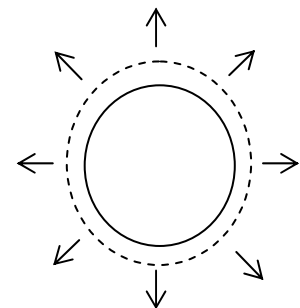
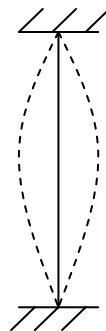
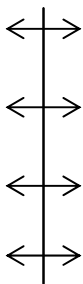
Modo di vibrare

Una sorgente è detta *semplice* quando tutti i suoi punti vibrano in fase; ad esempio:

DIAFRAMMA VIBRANTE

MEMBRANA INCASTRATA
(modo fondamentale di
vibrazione)

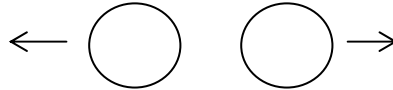
SFERA PULSANTE



Una sorgente è detta multipla quando non tutti i suoi punti vibrano in fase; ad esempio:

MEMBRANA INCASTRATA
(modo superiore di vibrazione)

SFERA IN MOTO
TRASLATORIO



Come verrà meglio chiarito con gli esempi che seguono, dimensioni e modo di vibrare determinano le *proprietà direzionali* della sorgente e l'*efficienza* con cui la sorgente irradia potenza sonora. La direzionalità della sorgente è un dato fondamentale per valutare le modalità di propagazione del suono da essa generata. L'efficienza di radiazione determina la relazione fra potenza vibratoria della sorgente e potenza acustica trasferita al campo sonoro: indicativamente, essa dovrà essere massimizzata nel progetto di dispositivi quali i diffusori di impianti di riproduzione del suono, mentre dovrà essere minimizzata nel progetto degli interventi di insonorizzazione di macchinari e impianti.

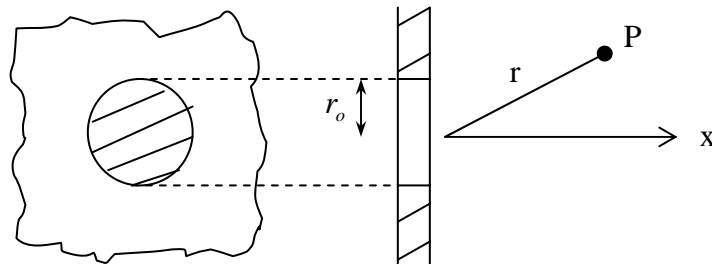
4.1.1 Sorgente sferica di raggio r_o

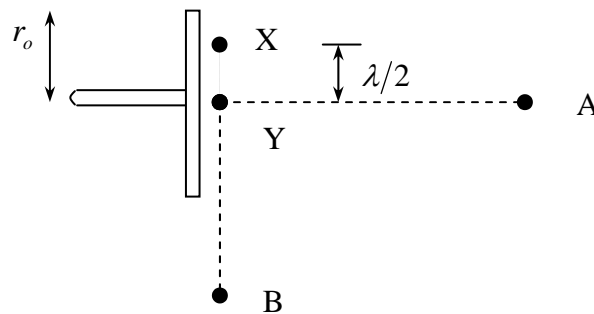
Una sfera pulsante di raggio $r_o \leq \approx \lambda/6$ ($kr_o \leq 1$) è il più semplice esempio di sorgente sonora *puntiforme omnidirezionale*; essa genera infatti un campo d'onde sferico di intensità uniforme in tutte le direzioni.

Molte sorgenti di interesse pratico possono essere rappresentate secondo questo semplice modello, in particolare quando l'analisi è orientata alla propagazione del suono a grande distanza dalla sorgente stessa.

4.1.2 Disco rigido di raggio r_o inserito in uno schermo piano infinito

A questo schema può essere ricondotto il comportamento di importanti dispositivi elettroacustici quali il *diaframma* (cono) di un *altoparlante* o la *membrana* di un *microfono*.





Consideriamo come viene ricevuto nei punti A e B, situati rispettivamente sull'asse del disco e su un piano parallelo al disco medesimo, il suono irradiato dai due punti del disco X e Y, situati rispettivamente al centro e a una distanza pari dal centro pari a $\lambda/2$:

- nel punto A i contributi di X e Y sono *in fase* poiché le distanze di propagazione XA e YA sono circa uguali: si ha pertanto interferenza additiva tra le due onde;
- nel punto B i contributi di X e Y sono *in controfase* poiché le distanze di propagazione XB e YB differiscono esattamente di $\lambda/2$: si ha pertanto interferenza distruttiva (e quindi cancellazione) tra le due onde.

Pertanto si può concludere che:

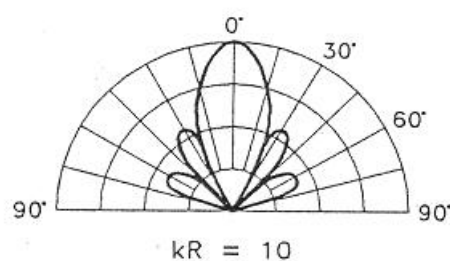
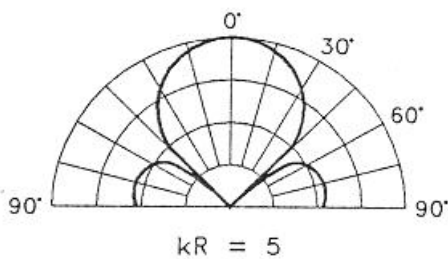
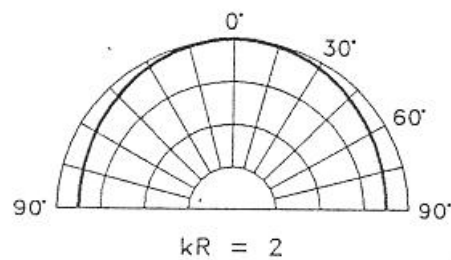
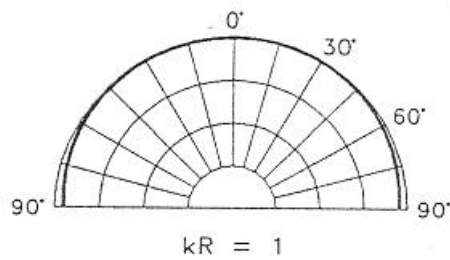
- se $r_o \ll \lambda$ il disco si comporta come una sorgente puntiforme omnidirezionale
- se $r_o > \lambda$ la sorgente manifesta una direzionalità, in conseguenza dei fenomeni di interferenza additiva o distruttiva che si verificano nelle varie direzioni

4.2 Direzionalità delle sorgenti sonore

Si illustrano nel seguito alcuni fra i principali modi di rappresentazione della direzionalità di una sorgente.

4.2.1 Diagrammi di radiazione

I *diagrammi di radiazione* sono diagrammi polari che permettono di determinare come varia l'intensità (espressa in dB) del campo sonoro irradiato dalla sorgente in funzione della direzione di emissione. Per sorgenti di semplice geometria, quale il disco rigido dell'esempio precedente, è possibile costruire analiticamente i diagrammi di radiazione in funzione del parametro kr_o ; si osserva che per valori di kr_o piccoli la forma del diagramma si discosta poco da quella di una sorgente omnidirezionale, mentre per $kr_o \geq 5$ la direzionalità diventa apprezzabile e compaiono dei lobi di radiazione.



4.2.2 Fattore di direttività e Indice di direttività

Il *Fattore di direttività*, Q , è pari al rapporto tra l'intensità sonora su un asse stabilito (in genere quello di massima emissione), valutato ad una distanza r dalla sorgente, e l'intensità che verrebbe prodotta nella stessa posizione da una sorgente puntiforme omnidirezionale se questa irradiasse la stessa potenza della sorgente reale.

La direttività della sorgente può essere alternativamente espressa attraverso l'*Indice di direttività* DI , definito dalla relazione:

$$DI = 10 \log Q \quad (\text{dB})$$

4.2.3 Effetto del contesto sulla direzionalità

Spesso la direzionalità della sorgente è determinata dal contesto fisico in cui essa è situata; le quattro situazioni di più generale interesse sono:

1. sorgente situata in campo libero ideale (assenza di ostacoli alla propagazione)
2. sorgente situata in prossimità di una superficie piana perfettamente riflettente
3. sorgente situata in prossimità dell'intersezione fra due superfici piane ortogonali perfettamente riflettenti
4. sorgente situata in prossimità dell'intersezione fra tre superfici piane ortogonali perfettamente riflettenti



Ipotizzando che la sorgente come tale sia omnidirezionale, risulta che essa potrà irradiare la propria potenza sonora in un angolo solido di 4π steradiani nel caso 1, mentre la medesima potenza verrà “concentrata” in porzioni di spazio via via dimezzate passando ai casi successivi: 2π sr nel caso 2, π sr nel caso 3, $\pi/2$ sr nel caso 4. I valori di Q e DI risultanti sono riassunti nello schema seguente:

Caso	Q	DI
1.	1	0 dB
2.	2	3 dB
3.	4	6 dB
4.	8	9 dB

4.3 Efficienza di radiazione delle sorgenti sonore

Come detto in precedenza, una sorgente sonora è generalmente costituita da un corpo vibrante (che, nell’analogia elettroacustica svolge la funzione di un generatore) che imprime velocità al mezzo fluido con cui si trova a contatto; quest’ultimo rappresenta dunque l’*impedenza di carico* su cui è chiuso il generatore nel circuito elettrico equivalente che rappresenta l’insieme sorgente – campo acustico.

L’impedenza di radiazione Z_r della sorgente (che, a seconda dei casi, potrà essere espressa come Z_m , Z_a o Z_s) permette di calcolare, note le caratteristiche della sorgente (generatore), le *potenze attiva e reattiva irradiate*.

L’impedenza di radiazione Z_r della sorgente può essere determinata calcolando il valore dell’impedenza specifica Z_s del campo acustico in $r = r_o$, ovvero sulla *superficie della sorgente*. Ricordando le espressioni che forniscono la parte reale R e immaginaria X dell’impedenza in funzione di kr , si può osservare che:

- se la sorgente è *estesa* ($kr \gg 1$), l’impedenza è quasi totalmente resistiva, per cui $R \approx \rho_o c$ e $X \approx 0$, e quindi la sorgente è un emettitore efficiente di potenza sonora (attiva);
- se la sorgente è *puntiforme* ($kr \ll 1$), prevale la componente reattiva dell’impedenza e quindi la sorgente è un emettitore poco efficiente.

Tali considerazioni hanno importanti effetti pratici, a seconda che l’obiettivo sia quello di massimizzare l’emissione (progetto di altoparlanti, strumenti musicali, ecc.) oppure minimizzarla (insonorizzazione di macchine, impianti, strutture vibranti, ecc.).



4.3.1 Esempio

Si considera un altoparlante di diametro $D = 300$ mm, montato su uno schermo rigido, che irradia suono a $f = 50$ Hz. A tale frequenza si ha $\lambda = 6,8$ m ed essendo $r_0 = \frac{D}{2} = 0,15$ m, risulta $kr_0 = 0,14 \ll 1$: la sorgente può quindi considerarsi puntiforme.

Imponendo come condizione limite per il campo vicino la condizione $\frac{X}{R} = \frac{1}{10}$, si ha

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 0,92$$

per cui:

$$\frac{X}{R} \approx \frac{1}{kr} = \frac{1}{(0,92 \cdot r)} = 0,1 \Rightarrow r = \frac{1}{0,092} = 10,8 \text{ m}$$

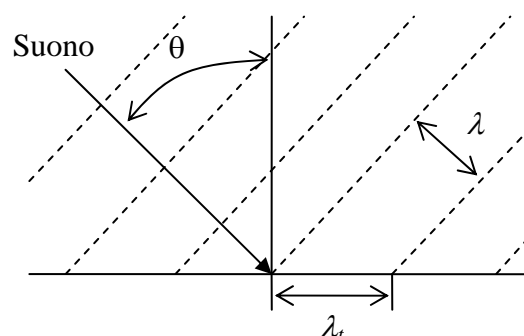
Calcoliamo la parte reale dell'impedenza

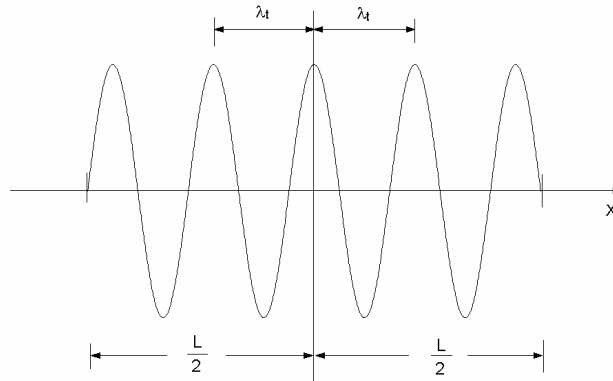
$$R = \rho_0 c \left[\frac{k^2 r_0^2}{(1 + k^2 r_0^2)} \right] = 0,019 \rho_0 c$$

Rispetto a una sorgente estesa che emette un campo di onde piane, per cui $R = \rho_0 c$, la sorgente ha dunque un'efficienza pari a circa l'1,9%.

4.4 Risposta di un microfono a membrana

Le considerazioni sulla direzionalità delle sorgenti sonore si possono parimenti applicare, grazie al principio di reciprocità, a trasduttori quali i microfoni. Si sviluppa nel seguito la trattazione della direzionalità di un microfono a membrana, considerando per semplicità un elemento di membrana rettangolare di lunghezza L e larghezza unitaria.





Le onde sonore, considerate armoniche di ampiezza A e lunghezza d'onda λ , incidono sulla membrana con un angolo θ rispetto alla perpendicolare; la distanza fra i massimi dell'onda incidente, proiettata sul piano della membrana, è:

$$\lambda_t = \frac{\lambda}{\sin\theta}$$

Sulla membrana risulta quindi la distribuzione di pressione $p(x)$

$$p(x) = A \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda_t}\right)$$

che dà luogo ad una forza risultante:

$$F = \int_{-L/2}^{+L/2} p dx = A \frac{\lambda_t}{\pi} \sin\left(\frac{\pi L}{\lambda_t}\right) = \frac{A\lambda}{\pi \sin\theta} \sin\left(\frac{\pi L}{\lambda} \sin\theta\right)$$

La forza F è quindi funzione dell'angolo di incidenza θ e assume valore massimo per $\theta = 0^\circ$; si può inoltre ipotizzare che il segnale in uscita dal microfono sia proporzionale alla forza F . Si può allora definire la *sensibilità direzionale* del microfono N come:

$$N = \frac{F(\theta)}{F(0^\circ)}$$

dove:

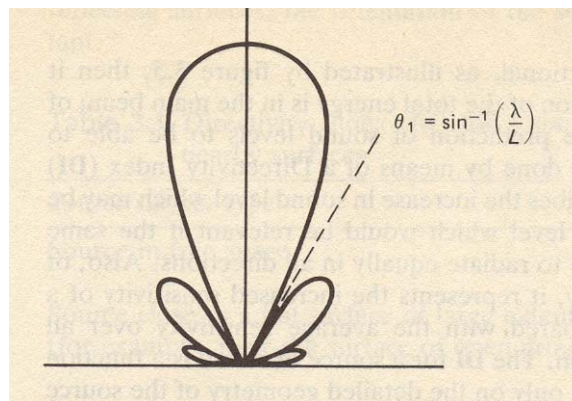
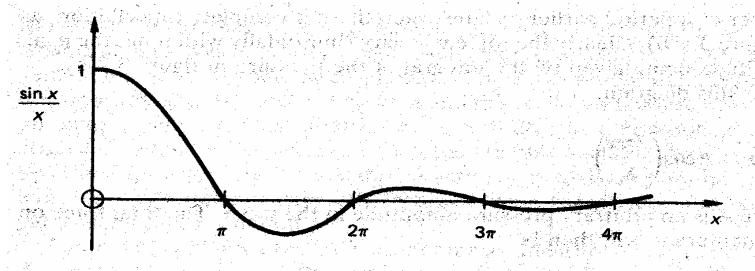
$$F(0^\circ) = \lim_{\theta \rightarrow 0} F(\theta) = AL$$

da cui:

$$N = \frac{\sin\left[\left(\frac{\pi L}{\lambda}\right) \sin\theta\right]}{\left[\left(\frac{\pi L}{\lambda}\right) \sin\theta\right]}$$



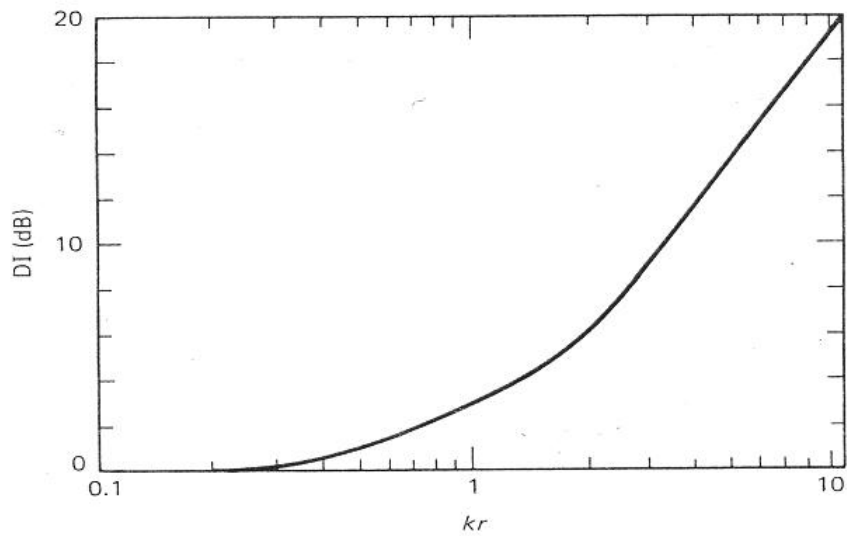
che è una funzione del tipo $N = \frac{\text{sen}x}{x}$, il cui andamento in rappresentazione cartesiana e polare è del tipo:



La sensibilità direzionale del microfono presenta dunque le seguenti proprietà:

- il primo zero ($N = 0$ per $x = \pi$) identifica l'angolo di ampiezza θ_1 del *lobo principale*, che si verifica per $\text{sen}\theta = \lambda/L$, ovvero per $\theta = \theta_1 = \text{sen}^{-1}(\lambda/L)$;
- la massima sensibilità nel *primo lobo* (compreso fra gli angoli θ_1 e θ_2) si verifica per $\theta = 3\pi/2$ ed assume il valore $N = 2/(3\pi)$; in termini logaritmici risulta una sensibilità $N = -13,5$ dB;
- la direzionalità del microfono dipende dal valore dell'angolo θ_1 : se θ_1 è piccolo (e quindi se $L > \lambda$) il microfono è *direzionale*, mentre se θ_1 è grande (e quindi se $L \ll \lambda$) il microfono è *omnidirezionale*.

L'indice di direttività per un disco piano può essere calcolato analiticamente e risulta avere l'andamento indicato in figura. I risultati qui richiamati si applicano anche a sorgenti o trasduttori di forme differenti, purché caratterizzati da rapporti fra le dimensioni non troppo diversi dall'unità.



4.4.1 Esempio

I microfoni a membrana hanno diametri espressi in pollici (ad es. 1", 1/2", 1/4"); si vuole calcolare la frequenza critica (f_{crit}) al di sotto della quale un microfono da 1" (per cui $L = 2,54$ cm) si può considerare omnidirezionale, assumendo che la direzionalità diventi significativa per $\lambda < L$:

$$\lambda_{crit} = L = 2,54 \text{ cm}$$

$$f_{crit} = \frac{c}{\lambda_{crit}} = 13,5 \text{ kHz}$$