



APPUNTI DI TEORIA**1. ACUSTICA FISICA****1.1 Introduzione**

L'acustica tratta la *generazione, propagazione e ricezione* di onde in mezzi elastici (gassosi, liquidi o solidi). In questo corso saranno considerate applicazioni che riguardano le onde sonore, ovvero onde che determinano nell'uomo la percezione uditiva. La materia verrà trattata sotto due punti di vista: verranno inizialmente esaminati gli aspetti fisici del fenomeno, oggetto dell'*Acustica Fisica*, e successivamente gli aspetti percettivi, oggetto di una specifica branca denominata *Psicoacustica*. Non saranno invece trattati gli *infrasuoni* e gli *ultrasuoni*, che esibiscono peraltro le stesse proprietà fisiche delle onde sonore. Saranno inoltre fornite alcune nozioni sulle *vibrazioni* nei mezzi solidi, in quanto suono e vibrazioni sono spesso fenomeni concomitanti in svariate applicazioni di interesse pratico.

Il corso si articola nei seguenti capitoli:

1. Fondamenti di Acustica Fisica
2. Nozioni di Psicoacustica, effetti del rumore e cenni al quadro normativo sul rumore
3. Modelli di sistemi acustici basati sull'analogia fra fenomeni meccanici, elettrici e acustici
4. Sorgenti e trasduttori acustici, strumentazione per rilievi fonometrici, accelerometrici, ecc.
5. Propagazione del suono negli spazi aperti, cenni di acustica ambientale
6. Propagazione del suono negli spazi confinati, cenni di acustica architettonica
7. Proprietà acustiche dei materiali

1.2 Caratteristiche delle onde acustiche

Consideriamo un semplice esempio di dispositivo acustico: un tubo delimitato ad un'estremità da una terminazione aperta verso l'ambiente esterno e all'altra da un pistone animato da un moto periodico semplice. Il movimento del pistone determina nello strato d'aria immediatamente a contatto una successione di compressioni e rarefazioni, dovute al movimento delle particelle d'aria che perturbano lo stato di quiete del fluido. Tali perturbazioni si propagano lungo il tubo sotto forma di un'onda elastica: se esse sono in grado di determinare in un ascoltatore una sensazione di tipo acustico, l'onda viene definita *onda acustica* o *onda sonora*.

Le onde acustiche nei fluidi presentano le seguenti proprietà:

- Il moto oscillatorio delle particelle fluide avviene nella stessa direzione di propagazione dell'onda (si tratta quindi di un'*onda longitudinale*). Il fenomeno è dovuto alle *proprietà elastiche* del fluido (il fluido tende a occupare il volume iniziale, una volta venuta meno la



causa della sua deformazione) e alle *proprietà di inerzia* del fluido (le particelle di fluido trasferiscono quantità di moto alle particelle con cui vengono a contatto).

I fluidi possiedono solamente *elasticità normale*, per cui le onde sono esclusivamente longitudinali; nei solidi, che possiedono *elasticità tangenziale*, si possono propagare anche *onde trasversali*. Onde trasversali possono propagarsi anche all'interfaccia fra mezzi di diverso stato: si pensi all'esempio, a tutti noto, delle increspature concentriche prodotte da un sasso che cade in un bacino d'acqua in quiete.

- L'onda determina una perturbazione periodica delle proprietà di stato del fluido rispetto alle condizioni indisturbate, qui identificate attraverso la pressione p_o e la densità ρ_o : si definisce *pressione sonora* la differenza fra il valore istantaneo (perturbato) della pressione ed il valore indisturbato p_o . Nella descrizione dei fenomeni acustici si utilizzeranno le seguenti grandezze:

$p(t)$ = pressione sonora (Pa)

$\rho(t)$ = densità del fluido (kg/m³)

$\delta(t) = \frac{(\rho(t) - \rho_o)}{\rho_o}$ = condensazione del mezzo (-)

$u(t)$ = velocità delle particelle (m/s)

- Le perturbazioni provocate dall'onda sonora sono di piccola entità, ovvero:

$p(t) \ll p_o$

$[\rho(t) - \rho_o] \ll \rho_o$

Ad esempio, nell'aria a pressione atmosferica standard [$p_o \approx 10^5$ Pa] la pressione sonora è tipicamente compresa nell'intervallo tra $p(t) \approx 20$ μ Pa [soglia di udibilità] e $p(t) \approx 200$ Pa [soglia del dolore].

- La velocità di propagazione dell'onda (indicata con il simbolo c) è funzione dello stato termodinamico del fluido: nell'aria in condizioni ambiente tipiche si ha $c \approx 340$ m/s.

La periodicità del suono viene descritta attraverso le seguenti grandezze:

T = periodo (s)

f = frequenza (Hz)

ω = frequenza angolare (rad/s)

λ = lunghezza d'onda (m)

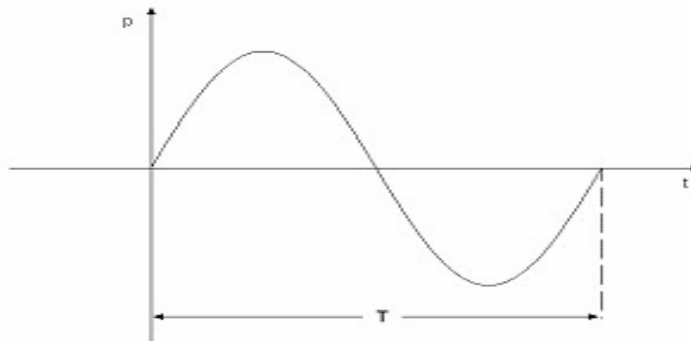
k = numero d'onda (rad/m)

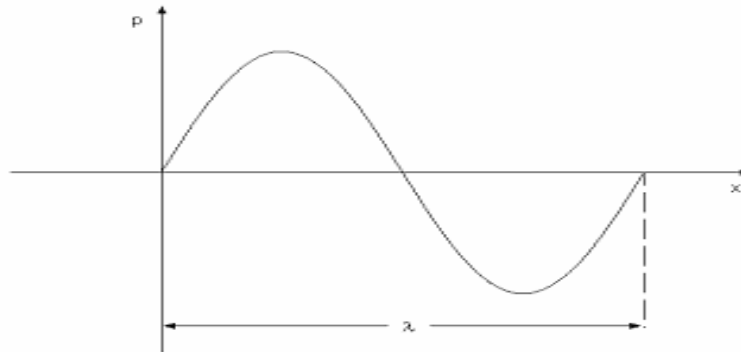
$f = 1/T$

$\omega = 2\pi/T$

$\lambda = c/f$

$k = 2\pi/\lambda$





Nel caso di propagazione nell'aria, essendo $c \approx 340$ m/s, risulta la seguente corrispondenza fra frequenza e lunghezza d'onda:

λ	34 m	3,4 m	340 mm	34 mm
-----	-----	-----	-----	-----
f	10 Hz	100 Hz	1 kHz	10 kHz
	17 m	17 m	17 m	17 mm
	20 Hz			20 kHz
	----- GAMMA UDIBILE -----			

1.3 Equazioni fondamentali

Per ricavare le equazioni che descrivono la propagazione dell'onda acustica si considera un elemento di fluido (di dimensioni dx, dy, dz) interno al dominio di propagazione, a cui si applicano le equazioni fondamentali della meccanica dei fluidi:

- Equazione di Eulero (esprime la *II Legge della Dinamica*)

$$\nabla p = -\rho_0 \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \quad (1)$$

- Equazione di continuità (esprime il *Principio di Conservazione della Massa*)

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{u} \quad (2)$$

A tali equazioni, di validità generale, occorre associare un'equazione costitutiva che descriva il comportamento del fluido. Nel caso dei gas si utilizza l'equazione di stato dei gas perfetti che, per una quantità unitaria di gas (1 mole), indica:

$$P V = R T \quad (3)$$

dove:

- P = pressione totale (Pa)
- V = volume (m^3)
- T = temperatura assoluta (K)
- R = costante universale dei gas = 8314 ($kJ \text{ kmol}^{-1} \text{ K}^{-1}$)



La trasformazione termodinamica determinata dalla perturbazione acustica può essere considerata *isoentropica* (adiabatica reversibile); applicando dunque l'equazione dell'isentropica

$$P V^\gamma = \text{cost} \quad \text{con} \quad \gamma = \frac{c_p}{c_v} \approx 1,4 \text{ per l'aria (gas biatomico)} \quad (4)$$

alla trasformazione che avviene tra gli stati indisturbato e perturbato si ottiene:

$$p_o V_o^\gamma = P V^\gamma$$

$$\frac{P}{p_o} = \left(\frac{V_o}{V}\right)^\gamma = \left(\frac{\rho}{\rho_o}\right)^\gamma$$

In termini differenziali e adottando l'ipotesi di piccole perturbazioni si ottiene l'espressione:

$$d\left(\frac{P}{p_o}\right) = \gamma \left(\frac{\rho}{\rho_o}\right)^{\gamma-1} d\left(\frac{\rho}{\rho_o}\right) \approx \gamma \cdot d\left(\frac{\rho}{\rho_o}\right)$$

che, ricordando le definizioni di pressione sonora p e condensazione del mezzo δ , può essere scritta come:

$$\frac{p}{p_o} = \gamma \delta \quad (5)$$

Dall'equazione (5), derivando rispetto al tempo, risulta:

$$\frac{1}{p_o} \frac{\partial p}{\partial t} = \gamma \frac{\partial \delta}{\partial t} \quad (6)$$

Combinando le equazioni (1), (2) e (6) si ottiene infine *l'equazione dell'onda*, nel seguito riportata nelle tre possibili formulazioni, rispettivamente in termini di pressione sonora, condensazione del mezzo e velocità delle particelle:

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 \delta = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} \quad (7)$$

$$\nabla^2 \vec{u} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2}$$

Nelle equazioni (7) c rappresenta la velocità di propagazione dell'onda (velocità del suono) data da:

$$c = \sqrt{\gamma \frac{p_o}{\rho_o}} = \sqrt{\gamma R^* T} \quad (8)$$



dove R^* è la costante di elasticità del gas, pari al rapporto tra la costante universale R e la massa molecolare M^* del gas.

Nel caso dell'aria a 20°C ($M^* = 29 \text{ kg/kmol}$; $\gamma = 1,4$) risulta:

$$c = [1,4 \cdot (8314/29) \cdot (273+20)]^{1/2} = 343 \text{ m/s}$$

risultato del tutto coerente con quello fornito dall'equazione approssimata che correla c con la temperatura Celsius t :

$$c = 331,4 + 0,6 \cdot t = 343,4 \text{ m/s}$$

Appendice al par. 1.3

Le equazioni fondamentali (1÷7) sono scritte utilizzando, per gli operatori differenziali gradiente e divergenza, la notazione che fa uso dell'operatore "nabla" (∇). Al riguardo si ricordano le seguenti definizioni:

funzione scalare $p(x, y, z)$

funzione vettoriale $\vec{u}(x, y, z) = u_x \vec{i} + u_y \vec{j} + u_z \vec{k}$:

operatore (vettore) nabla: $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}$

operatore "del 2": $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \vec{i} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \vec{j} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \vec{k}$

vettore "gradiente di $p(x,y,z)$ ": $grad p = \nabla p = \frac{\partial p}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial p}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial p}{\partial z} \vec{k}$

scalare "divergenza di \vec{u} ": $div \vec{u} = \nabla \bullet \vec{u} = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z}$

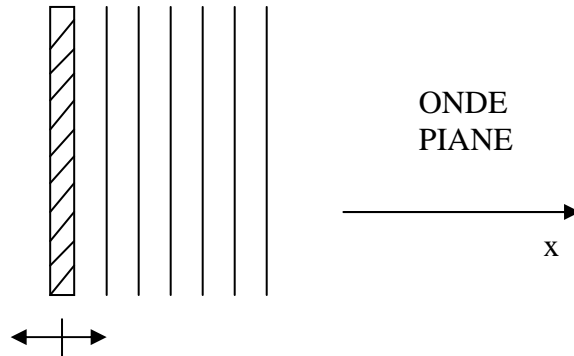
"del 2 p ": $\nabla^2 p = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \vec{i} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \vec{j} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \vec{k}$



1.4 Propagazione nei gas di onde acustiche piane e sferiche

1.4.1 Onda piana

La situazione di propagazione più semplice è quella dell'onda piana, che si può pensare generata da una piastra piana vibrante infinitamente estesa nelle direzioni perpendicolari a quella di propagazione monodimensionale (direzione x).



In questo caso l'equazione dell'onda ammette soluzione generale del tipo:

$$p(x,t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right) + g\left(t + \frac{x}{c}\right) \quad (9)$$

in cui f e g sono due funzioni arbitrarie che descrivono la forma d'onda; il primo termine di (9) rappresenta un'onda che si propaga nel verso positivo di x , mentre il secondo termine un'onda che si propaga nel verso negativo: dal punto di vista fisico, la presenza di quest'ultimo termine è generalmente legata a condizioni al contorno che danno origine, ad esempio, ad un'onda riflessa (verso negativo) che si sovrappone all'onda diretta (verso positivo).

Supponiamo ora che la piastra sia animata di un moto armonico di frequenza angolare ω e che generi un'onda progressiva, ovvero un'onda che si propaga nel verso positivo di x (per cui si ha $g = 0$); l'equazione (9) assume la forma:

$$p = p_m \operatorname{sen}\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right] = p_m \operatorname{sen}[k(ct - x)]$$

Applicando l'equazione di Eulero (1) si ottiene l'espressione della velocità:

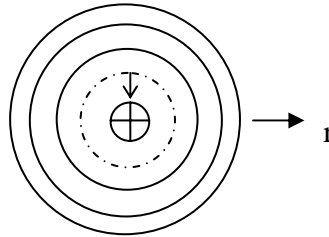
$$u = u_m \operatorname{sen}\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right] = u_m \operatorname{sen}[k(ct - x)]$$

Questo risultato evidenzia che, nel caso di onda piana, p e u sono in fase, e che la fase è kx , dove $k = \omega/c = 2\pi/\lambda$ rappresenta il numero d'onda.



1.4.2 Onda sferica

Consideriamo ora l'onda generata da una piccola sfera pulsante. Evidenti considerazioni di simmetria indicano che il fronte d'onda generato dalla sorgente ha forma sferica, per cui è conveniente scrivere l'equazione di propagazione e la relativa soluzione generale in coordinate sferiche:



$$\frac{\partial^2(rp)}{\partial r^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2(rp)}{\partial t^2}$$
$$p = \frac{1}{r} f\left(t - \frac{r}{c}\right) + \frac{1}{r} g\left(t + \frac{r}{c}\right)$$

Procedendo in analogia al caso dell'onda piana, si ottengono le espressioni di p e u in funzione di t e r :

$$p = \frac{1}{r} p_m \text{sen}[k(ct - r)]$$
$$u = \frac{1}{\rho_0 cr} p_m \text{sen}[k(ct - r) - \varphi] \sqrt{1 + \frac{1}{k^2 r^2}}$$

in cui $\varphi = \tan^{-1}(1/kr)$.

Il risultato evidenzia che, a differenza del caso piano, pressione e velocità delle particelle per un'onda sferica non sono in fase.

1.5 Impedenze acustiche caratteristica e specifica

Nel caso di onde piane, il rapporto fra pressione sonora p e velocità delle particelle u , tra loro in fase, è una costante reale detta *impedenza acustica caratteristica*:

$$Z_0 = \frac{p}{u} = \rho_0 c$$

Nell'aria a $t = 20^\circ\text{C}$ e $p_0 = 1$ bar si ha $Z_0 = 415$ Pa·s/m.



In casi più generali, ed in particolare per le onde sferiche, il rapporto tra p ed u , non in fase, è una grandezza complessa detta *impedenza acustica specifica*:

$$Z_s = \frac{p}{u} = R_s + jX_s$$

dove:

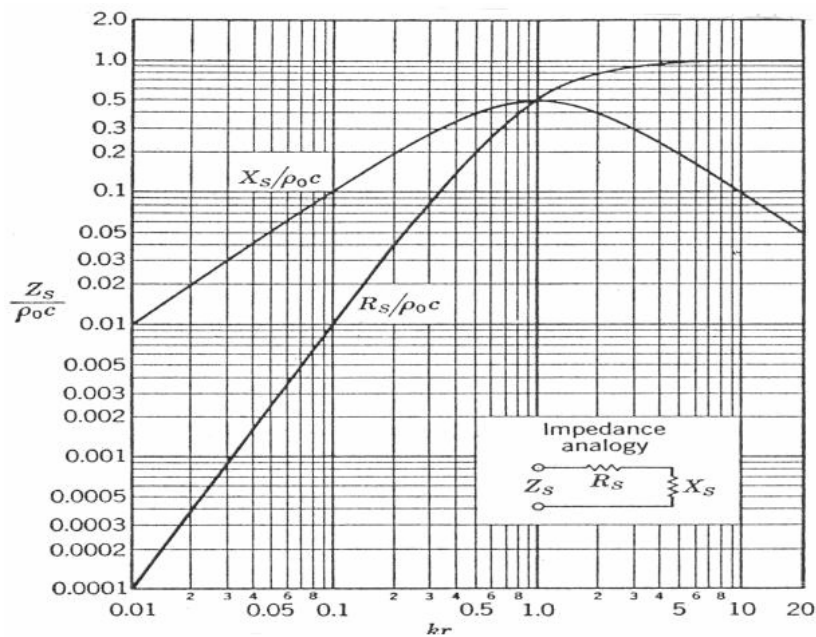
R_s = resistenza acustica specifica

X_s = reattanza acustica specifica

Nel caso di onde sferiche si ha:

$$R_s = \rho_0 c \frac{(kr)^2}{1 + (kr)^2}$$

$$X_s = \rho_0 c \frac{kr}{1 + (kr)^2}$$



L'andamento delle quantità $\frac{R_s}{\rho_0 c}$ e $\frac{X_s}{\rho_0 c}$ in funzione di kr è indicato in Figura. Per interpretare il significato di tali andamenti si osservi che kr è pari al rapporto tra due lunghezze: la circonferenza del fronte d'onda nella posizione considerata ($2\pi r$) e la lunghezza d'onda (λ). Osserviamo che:

- per $kr \gg 1$ ($r \gg \lambda$) la curvatura del fronte d'onda diviene trascurabile, per cui l'onda sferica si comporta praticamente come un'onda piana: p e u tendono ad essere in fase, ovvero $\frac{R_s}{\rho_0 c}$ tende

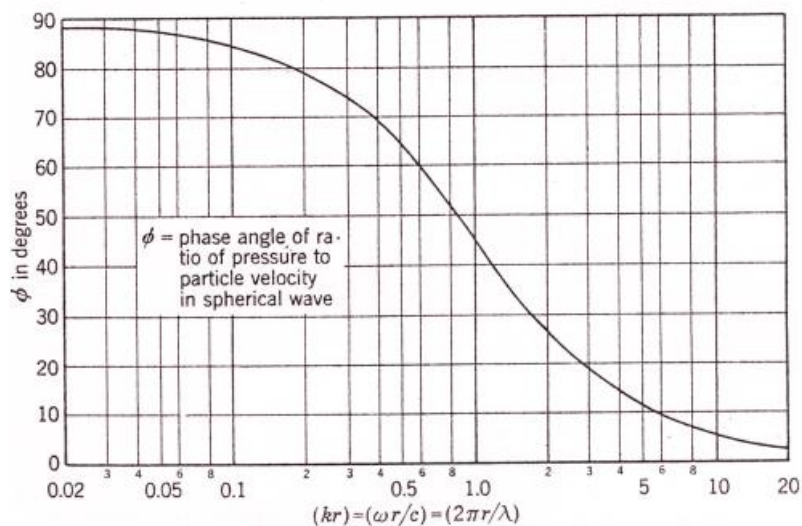
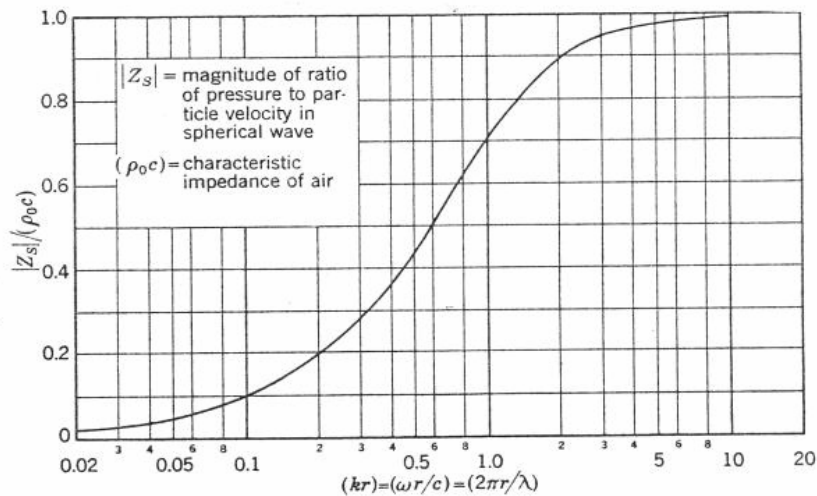


a uno e $\frac{X_s}{\rho_0 c}$ tende a zero, come nel caso dell'onda piana in cui l'impedenza acustica è puramente reale (v. andamento di modulo e fase dell'impedenza in funzione di kr). Pertanto:

$$R_s = \rho_0 c \qquad X_s = 0$$

- per $kr \ll 1$ ($r \ll \lambda$) risulta invece $R_s < X_s$ e le componenti dell'impedenza acustica tendono ai valori:

$$R_s = \rho_0 c (kr)^2 \qquad X_s = \rho_0 c (kr)$$



Un altro modo per interpretare il diverso comportamento del campo sonoro in prossimità della sorgente (*campo vicino*) e lontano dalla sorgente (*campo lontano*) deriva dall'osservare che, mentre il campo lontano è in grado esclusivamente di *irradiare* energia acustica - ovvero di trasportare l'energia associata all'onda a distanze via via crescenti, come evidenziato dal fatto che l'impedenza è puramente resistiva - il campo vicino può anche *accumulare* energia acustica. E' infatti proprio la



parte immaginaria dell'impedenza che, in analogia con quanto si verifica nei circuiti elettrici in corrente alternata, dà ragione di tali fenomeni di accumulo, ovvero di interazione fra sorgente e campo: in altre parole, in prossimità della sorgente si verifica, oltre ad un trasporto netto di energia a distanze crescenti, anche uno scambio reciproco di energia acustica fra sorgente e campo e viceversa.

Il valore di kr per il quale si può convenzionalmente identificare la transizione tra campo vicino e campo lontano è indicativamente pari a 10: pertanto, per $kr \approx 10$ risulta una distanza di transizione:

$$r \approx 1,6 \lambda.$$

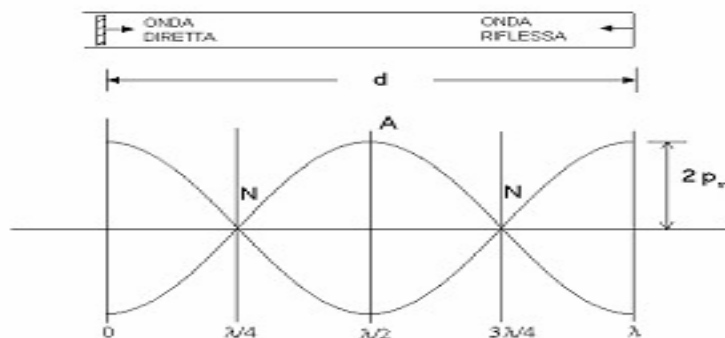
1.6 Interferenza di onde e fenomeno dei battimenti

Quando le perturbazioni acustiche sono di piccola ampiezza, l'effetto di due onde che si propagano in una stessa porzione di spazio è dato dalla somma lineare degli effetti che ciascuna onda produce singolarmente.

Nel caso di due onde armoniche di ampiezza p_1 e p_2 e di uguale frequenza f , l'onda armonica risultante per effetto dell'interferenza fra le due onde costituenti ha uguale frequenza f e ampiezza che dipende, oltre che dall'ampiezza delle singole onde, anche dalla differenza di fase Δf : I casi limite si verificano quando le onde sono in fase ($\Delta f = 0^\circ$) e in opposizione di fase ($\Delta f = 180^\circ$): nel primo caso l'effetto dell'interferenza è di tipo costruttivo (l'ampiezza dell'onda risultante è infatti pari a $p_1 + p_2$) e causa una "amplificazione" del fenomeno, mentre nel secondo è di tipo distruttivo (l'ampiezza è pari a $p_1 - p_2$) e determina una parziale o totale "cancellazione" del fenomeno.

1.6.1 Onde stazionarie

Un importante fenomeno di interferenza può verificarsi nel caso di propagazione monodimensionale nella direzione x di un'onda di lunghezza d'onda λ e ampiezza p_m in un volume chiuso - ad esempio in un tubo - delimitato ad un'estremità dalla sorgente sonora e all'estremità opposta da una terminazione rigida perfettamente riflettente, quando la distanza d tra le due estremità è pari a un multiplo intero di $\lambda/2$.



L'onda risultante dalla sovrapposizione fra onda diretta e onda riflessa (che hanno uguale ampiezza e lunghezza d'onda) è detta stazionaria in quanto, anziché "propagarsi" all'interno del tubo, presenta un'ampiezza che varia in funzione di x e t secondo la legge:



$$p = 2p_m \left(\cos \frac{2\pi x}{\lambda} \right) \cos(2\pi f t)$$

L'ampiezza dell'onda stazionaria è quindi identicamente nulla nei punti, detti *nodi*, per cui:

$$x = \frac{\lambda}{4}, 3\frac{\lambda}{4}, 5\frac{\lambda}{4} \dots$$

e varia sinusoidalmente nel tempo con frequenza f tra i valori $\pm 2 p_m$ nei punti, detti *ventri* (o *antinodi*), per cui:

$$x = \frac{\lambda}{2}, \lambda, 3\frac{\lambda}{2} \dots$$

Onde stazionarie che si instaurano fra due superfici riflettenti opposte di un ambiente sono dette *modi propri acustici*; indicando con d la distanza fra le due superfici si ha:

- *modo fondamentale* (f_{min}, λ_{max}) $f = \frac{c}{2d}$
- *altri modi* ($f > f_{min}$) $f = \frac{nc}{2d}$ con $n = 2, 3, 4, \dots$

La presenza di onde stazionarie è dunque denunciata da variazioni spaziali regolari all'interno di un ambiente chiuso.

Se l'onda non è puramente armonica, ma ha uno spettro complesso, sono ovviamente molti i modi acustici che possono essere eccitati contemporaneamente. Come verrà meglio chiarito nel capitolo 6 sull'acustica degli ambienti chiusi, al crescere del numero di modi eccitati, la presenza delle onde stazionarie diviene via via meno riconoscibile.

1.6.2 Fenomeno dei battimenti

L'interferenza fra due onde di uguale ampiezza p_m e di frequenza poco diversa (f_1 e $f_2 = f_1 + \Delta f$) dà luogo al fenomeno dei battimenti; l'onda risultante:

$$p = \left[2p_m \cos \pi \left(\frac{f_1 - f_2}{2} \right) t \right] \cos \left(2\pi \frac{f_1 + f_2}{2} t \right)$$

è un'onda armonica di frequenza:

$$f = \frac{(f_1 + f_2)}{2}$$

la cui ampiezza varia sinusoidalmente tra 0 e $2 p_m$ con frequenza:

$$f' = f_1 - f_2.$$

Il fenomeno dei battimenti è ben noto ai musicisti: quando i componenti di un complesso da camera o di un'orchestra eseguono la stessa nota all'unisono, la presenza di battimenti aiuta infatti l'operazione di accordatura degli strumenti.



1.7 Grandezze energetiche nei fenomeni acustici

Introduciamo ora le grandezze che permettono di quantificare il trasporto di energia meccanica associato alla propagazione delle onde sonore.

1.7.1 Intensità acustica I (W/m^2)

L'intensità acustica è definita come la quantità di energia che fluisce, nell'unità di tempo, attraverso una superficie di area unitaria perpendicolare alla direzione di propagazione dell'onda; l'intensità sonora è pari al prodotto $p \cdot u$.

Per un'onda piana progressiva armonica risulta:

$$I = p_m u_m \text{sen}^2 \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right]$$

Il valore medio di I , valutato su un intervallo di tempo pari al periodo T , è:

$$\bar{I} = \frac{1}{T} \int_0^T I dt = \frac{1}{2} p_m u_m$$

Ma:

$$\frac{p_m}{u_m} = \rho_o c$$

da cui:

$$\bar{I} = \frac{1}{2} \frac{p_m^2}{\rho_o c}$$

Si faccia ora riferimento al *valore efficace (rms)* della pressione sonora:

$$\hat{p} = \left[\frac{1}{T} \int_0^T p^2 dt \right]^{1/2}$$

Poiché per una grandezza sinusoidale risulta:

$$\hat{p} = \frac{p_m}{\sqrt{2}}$$

si ottiene:

$$\bar{I} = \frac{\hat{p}^2}{\rho_o c}$$

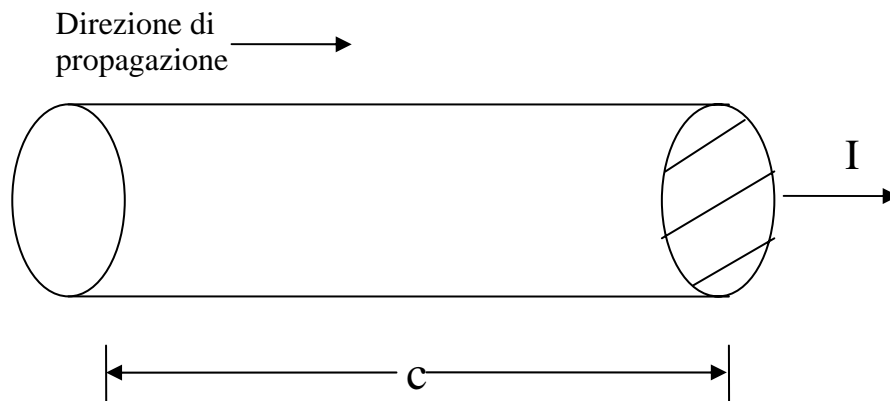
Si osservi che questo risultato vale sia per un'onda piana, sia per un'onda sferica, purchè armonica.

L'intensità sonora è la grandezza normalmente utilizzata per quantificare l'energia acustica trasportata da un'onda progressiva che si propaga in *campo libero* (ad esempio, in uno spazio aperto).

1.7.2 Densità di energia acustica D (J/m^3)

La densità di energia rappresenta l'energia acustica contenuta in un volume unitario del mezzo di propagazione. Per ricavare l'espressione di D si consideri un cilindro di base unitaria, con l'asse parallelo alla direzione di propagazione e di altezza pari a c (velocità del suono = distanza percorsa dall'onda sonora nell'unità di tempo); poiché I rappresenta l'energia acustica che fluisce attraverso la base del cilindro nell'unità di tempo e poiché il volume del cilindro è pari a $1 \cdot c$, risulta:

$$D = \frac{\bar{I}}{c} = \frac{\hat{p}^2}{\rho_o c^2}$$



La densità di energia sonora risulta particolarmente utile per quantificare fenomeni di *campo riverberante*, che si verificano in ambienti confinati in cui il campo acustico è caratterizzato dalla presenza di un elevato numero di onde sonore riflesse dalle pareti.

1.7.3 Potenza acustica W (W)

La potenza acustica rappresenta l'energia acustica irradiata, nell'unità di tempo, da una data sorgente sonora. Considerando una superficie di area S che circonda completamente la sorgente, situata a distanza sufficientemente grande da trovarsi in campo lontano, e indicando con I_s l'intensità incidente su un elemento dS , risulta:

$$W = \int_S I_s dS$$

Per una sorgente omnidirezionale racchiusa da una sfera di raggio r , essendo l'intensità incidente uniforme su tutta la superficie, risulta:

$$W = 4\pi r^2 I_s = 4\pi r^2 \frac{\hat{p}^2}{\rho_o c}$$

La potenza acustica può dunque essere utilizzata sia per quantificare l'emissione di una sorgente, sia per descrivere globalmente la trasmissione attraverso elementi quali pareti divisorie, condotti di distribuzione di fluidi, dispositivi di silenziamento, ecc.



1.8 Livelli sonori e scala dei decibel

L'orecchio umano è in grado di percepire valori di pressione sonora che coprono un campo di oltre sei ordini di grandezza; inoltre, la risposta soggettiva agli stimoli acustici risulta ben correlata con la potenza sonora, che dipende dal quadrato della pressione, per cui il campo di variazione del fenomeno risulta dell'ordine di 10^{12} .

Data la difficoltà di elaborare numeri che coprono un campo così ampio di valori e considerato che la risposta soggettiva dell'apparato uditivo umano agli stimoli acustici è descritta meglio in termini logaritmici, si è affermata la consuetudine di esprimere molte delle grandezze utilizzate in acustica sulla scala logaritmica dei decibel.

Detta x una generica grandezza, proporzionale all'energia o alla potenza, il relativo livello L_x è definito come:

$$L_x = 10 \log_{10}(x/x_{ref})$$

dove x_{ref} è il valore di riferimento della grandezza, per il quale si assume convenzionalmente $L_x = 0$.

Livello di pressione sonora L_p

$$L_p = 10 \log \left(\frac{P}{P_{ref}} \right)^2 = 20 \log \left(\frac{P}{P_{ref}} \right) \quad (\text{dB}) \text{ o } (\text{dB ref. } 20 \mu\text{Pa})$$

$$p_{ref} = 20 \mu\text{Pa} \text{ (corrispondente alla soglia convenzionale di udibilità a } 1000 \text{ Hz)}$$

Livello di intensità sonora L_I

$$L_I = 10 \log \left(\frac{I}{I_{ref}} \right) \quad (\text{dB}) \text{ o } (\text{dB ref. } 10^{-12} \text{ W/m}^2)$$

$$I_{ref} = 10^{-12} \text{ W/m}^2$$

Livello di potenza sonora L_W

$$L_W = 10 \log \left(\frac{W}{W_{ref}} \right) \quad (\text{dB}) \text{ o } (\text{dB ref. } 10^{-12} \text{ W})$$

$$W_{ref} = 10^{-12} \text{ W}$$



1.8.1 Relazioni fra livelli sonori

Fra livello di pressione sonora L_p e livello di intensità sonora L_I può essere stabilito un semplice legame quantitativo, a partire dalla relazione fra p e I valida per un'onda progressiva piana o sferica:

$$I = \frac{p^2}{\rho_0 c}$$

da cui:

$$L_I = 10 \log \left(\frac{I}{I_{ref}} \right) = 10 \log \left(\frac{p^2}{\rho_0 c I_{ref}} \right) = 10 \log \left(\frac{p}{p_{ref}} \right)^2 + 10 \log \left[\left(\frac{p_{ref}^2}{I_{ref}} \right) / \rho_0 c \right]$$

ma:

$$10 \log \left(\frac{p}{p_{ref}} \right)^2 = L_p$$

$$\frac{p_{ref}^2}{I_{ref}} = \frac{(2 \cdot 10^{-5})^2}{10^{-12}} = 400 \text{ (kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}\text{)}$$

$$\rho_0 c = Z_0$$

per cui risulta infine:

$$L_I = L_p + 10 \log \left(\frac{400}{Z_0} \right)$$

dove $Z_0 = \rho_0 c$ rappresenta l'impedenza acustica caratteristica del mezzo di propagazione. Nel caso di propagazione in aria, alla temperatura di 39°C risulta esattamente $Z_0 = 400 \text{ (kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}\text{)}$, per cui $L_I = L_p$. In aria a 20°C si ha $Z_0 = 415 \text{ (kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}\text{)}$, per cui $L_I - L_p = 0,16 \text{ dB}$.

Analogamente, fra livello di potenza L_w e livello di intensità L_I sussiste il seguente legame:

$$I = \frac{W}{S}$$

da cui:

$$10 \log (W/W_{ref}) = 10 \log (I/I_{ref}) + 10 \log (S/S_{ref}) \quad \text{con } S_{ref} = 1 \text{ m}^2$$

Pertanto il livello di potenza sonora di una sorgente coincide con il livello di intensità incidente su una superficie di area unitaria che racchiude la sorgente medesima.



1.8.2 Operazioni sui livelli

In numerose situazioni di interesse pratico, ad esempio quando occorre valutare l'effetto combinato di due o più sorgenti sonore su un punto ricevente, è necessario effettuare operazioni sui livelli sonori. Assumendo che le onde sonore delle quali occorre sommare gli effetti siano fra loro incoerenti, per cui si possano trascurare i fenomeni di interferenza, è possibile applicare il principio di sovrapposizione degli effetti e determinare la pressione, potenza o intensità acustica complessiva semplicemente come somma dei contributi delle singole sorgenti. Prendendo a titolo di esempio il livello di pressione sonora $L_{p,1+2}$ (ma considerazioni del tutto analoghe si applicano a intensità e potenza) risultante dalla somma dei contributi $L_{p,1}$ e $L_{p,2}$ di due sorgenti, si ha:

$$p^2 = p_{ref}^2 10^{L_p/10}$$

da cui, con semplici passaggi:

$$L_{p,1+2} = 10 \log(10^{L_{p,1}/10} + 10^{L_{p,2}/10})$$

Lo stesso approccio può essere utilizzato sia per determinare il livello somma di un numero di contributi maggiore di due (sarà infatti sufficiente sommare tanti termini del tipo $10^{L_i/10}$ quanti sono i contributi in gioco), sia per sottrarre dal livello complessivo il contributo di una o più sorgenti.

Dalle considerazioni sopra esposte scaturiscono i seguenti risultati:

- il livello somma di due contributi identici è:

$$L_{p,1+2} = 10 \log(2 \cdot 10^{L_{p,1}/10}) = L_{p,1} + 10 \log(2) = L_{p,1} + 3 \text{ dB}$$

- se la differenza fra i livelli delle sorgenti 1 e 2 è di almeno 10 dB, il livello somma praticamente coincide con il maggiore dei due contributi iniziali.

Si osservi, infine, che le regole di somma e sottrazione dei livelli valgono indipendentemente dal valore dei livelli su cui si opera.

1.9. Composizione in frequenza dei suoni

La distribuzione del contenuto energetico di un suono in funzione della frequenza è definita dalla densità spettrale di potenza, $PSD(f)$:

$$PSD(f) = \frac{W}{\Delta f} \quad (\text{W/Hz})$$

che rappresenta la potenza del segnale contenuta in una banda di ampiezza Δf .

L'equivalente della PSD in termini logaritmici è il *livello spettrale* L_f definito dalla relazione:

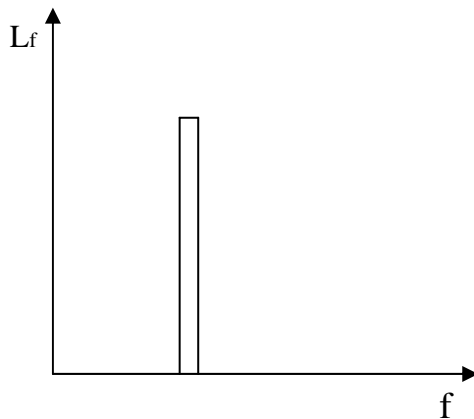
$$L_f = 10 \log \left[\frac{PSD(f)}{10^{-12}} \right] \quad (\text{dB})$$

che può essere interpretato come livello riferito ad una banda di ampiezza unitaria $\Delta f = 1 \text{ Hz}$.

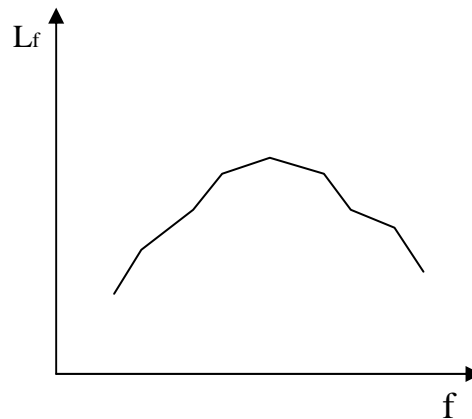


L'andamento del livello spettrale in funzione della frequenza descrive lo spettro continuo di un segnale acustico; la figura illustra due esempi notevoli, ovvero:

- un *tono puro*, ovvero un suono il cui contenuto energetico è interamente compreso in un'unica banda di frequenza definita;
- un *suono complesso*, la cui energia è distribuita su una banda di ampiezza pari all'intera gamma udibile, e il cui spettro è rappresentato da una curva continua.



SUONO



SUONO COMPLESSO
(spettro continuo)

Ai

fini pratici è conveniente ricondurre uno spettro continuo ad una rappresentazione discreta, approssimando l'andamento del livello spettrale con un istogramma nel quale si suddivide il campo delle frequenze di interesse in intervalli finiti o *bande*. Ciascuna banda è individuata da una *frequenza nominale* f ed è delimitata dalle *frequenze di taglio* inferiore, f_1 , e superiore, f_2 , la cui differenza fornisce l'ampiezza di banda Δf .

Esistono sostanzialmente due criteri per definire la suddivisione in bande:

- bande ad ampiezza costante: $\Delta f = f_2 - f_1 = \text{cost} \quad \forall f$
- bande ad ampiezza percentuale costante: $\frac{\Delta f}{f} = \text{cost} \quad \frac{f_2}{f_1} = \text{cost} \quad f = \sqrt{f_2 \cdot f_1}$

Bande ad ampiezza costante sono utilizzate nelle cosiddette *analisi in banda fine*, in cui si utilizza un'ampiezza di banda tipicamente pari a 1÷2 Hz. Tali analisi sono richieste, ad esempio, nel caso in cui occorra caratterizzare in modo molto preciso il comportamento acustico o vibro-acustico di uno specifico dispositivo o macchinario, esigenza questa molto comune nel settore meccanico.

Bande ad ampiezza percentuale costante sono invece tipicamente utilizzate nelle applicazioni di acustica industriale, ambientale ed architettonica, ad esempio per quantificare la rumorosità di un luogo di lavoro, l'impatto ambientale di un impianto o la risposta acustica di un teatro.

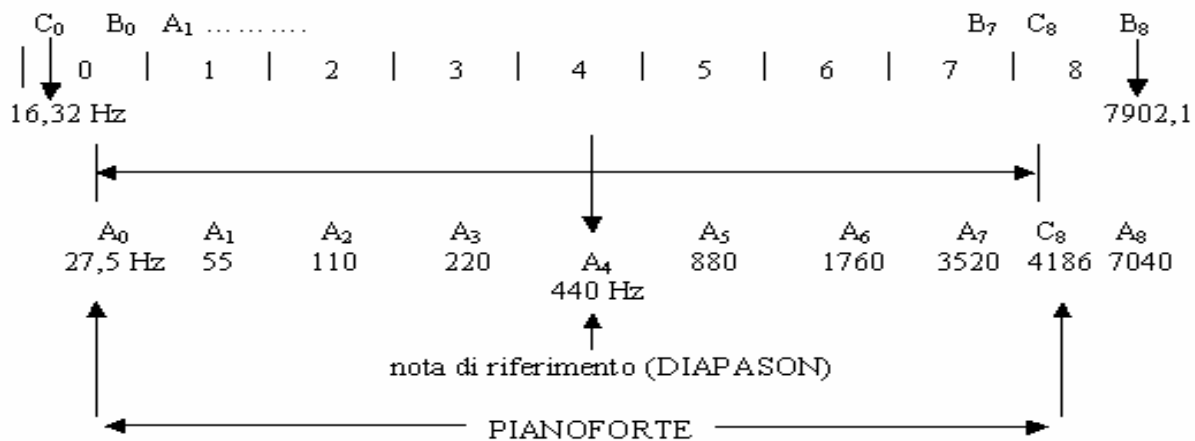


1.9.1 Bande ad ampiezza percentuale costante

Le bande ad ampiezza percentuale costante maggiormente utilizzate fanno uso del concetto di *ottava*, che ha avuto origine in campo musicale.

Nella *scala temperata* (utilizzata, ad esempio, dal pianoforte) ciascun intervallo di ottava è compreso tra un DO [C nella notazione utilizzata nei Paesi di lingua Tedesca e Anglosassone] e il DO successivo: esso è detto intervallo di ottava perché è composto da otto note o *gradi*. La figura rappresenta la suddivisione in intervalli di ottava coperta dalla tastiera del pianoforte; essa riporta la frequenza della nota LA di riferimento emessa dal diapason di frequenza pari a 440 Hz (normalmente indicata come A_4) e delle note corrispondenti nelle ottave inferiori ($A_0 \div A_3$) e superiori ($A_5 \div A_8$). Note corrispondenti in ottave successive hanno frequenze nel rapporto 1:2: per il LA 27,5 – 55 – 110 – 220 – 440 – 880... Hz.

Si può osservare che il DO dell'ottava più grave (C_0 , frequenza 16,352 Hz) è situato al limite inferiore del campo dell'udibile, mentre il SI dell'ottava più alta (B_8 , frequenza 7902,1 Hz) si colloca nella porzione superiore dell'udibile, seppure abbastanza lontano dal valore massimo teorico di frequenza udibile (20 kHz). Il pianoforte copre l'intervallo da A_0 (27,5 Hz) a C_8 (4186 Hz).



In acustica si generalizza il concetto di ottava, introducendo suddivisioni per bande di $1/n$ (un ennesimo) di ottava; le suddivisioni sono inoltre costruite a partire da una frequenza di riferimento di 1000 Hz, diversa quindi dalla frequenza di riferimento di 440 Hz utilizzata in ambito musicale.

Riportiamo ora a titolo di esempio la suddivisione per bande di un'ottava ($n = 1$) e per bande di un terzo di ottava ($n = 3$), in assoluto le più utilizzate in acustica applicata.

bande di 1 OTTAVA	31,5	63	125	250	500	1000	2000	4000	8000	16000	$n=1$
bande di 1/3 OTTAVA						800	1000	1250			$n=3$



La relazione che lega due frequenze nominali successive i e $i+1$ è:

$$\frac{f_{i+1}}{f_i} = 2 \text{ per } n = 1; \quad \frac{f_{i+1}}{f_i} = \sqrt[n]{2} \text{ per } n \text{ qualsiasi.}$$

Per una data banda, il legame fra frequenza nominale (f) e frequenze di taglio superiore (f_2) ed inferiore (f_1) è:

Per $n=1$	Per n qualsiasi
$\frac{f_2}{f_1} = 2$	$\frac{f_2}{f_1} = \sqrt[n]{2}$
$f = \frac{f_2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} f_1$	$f = \sqrt[2n]{2} f_1$

Si osservi che, per bande ad ampiezza percentuale costante, l'ampiezza di banda cresce proporzionalmente a f , in quanto per definizione si ha $\Delta f/f = \text{cost}$. I valori di tale costante sono riportati nella tabella seguente per n qualsiasi e per $n = 1$ ed $n = 3$.

$\frac{\Delta f}{f} = \sqrt[2n]{2} - \frac{1}{\sqrt[2n]{2}} = \text{cost}$	n=1	$\frac{\Delta f}{f} = 0,7071 = \frac{\sqrt{2}}{2}$
	n=3	$\frac{\Delta f}{f} = 0,2316$

1.9.2 Livelli di banda

Il livello di banda L_b esprime, sulla consueta scala logaritmica dei dB, il contenuto energetico di una banda di ampiezza definita. Per una generica banda di ampiezza Δf , ipotizzando che il livello spettrale L_f sia costante all'interno della banda (oppure che ne rappresenti un opportuno valor medio), si ricava il livello di banda con l'equazione:

$$L_b = L_f + 10 \log \Delta f$$

Si ha pertanto:

Bande ad ampiezza costante $L_b - L_f = \text{cost}$

Bande ad ampiezza percentuale costante $L_b - L_f = 10 \log \Delta f$ (3 dB per ogni raddoppio di f)

Bande (1 e 2) di ampiezza diversa $L_{b,1} - L_{b,2} = 10 \log (\Delta f_1/\Delta f_2)$

I livelli di banda, per suddivisioni in banda di un'ottava (1) e di 1/3 di ottava (2), sono dunque legati dalla relazione:

$$L_{b,1} - L_{b,2} = 10 \log (0,7071/0,2316) = 4,85 \text{ dB}$$



1.9.3 Rumore bianco e rumore rosa

Le relazioni sopra riportate permettono di evidenziare le caratteristiche di due segnali acustici di particolare interesse, il rumore bianco (per il quale è costante il livello spettrale L_f) ed il rumore rosa (per il quale è costante il livello di banda L_b).

